



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 11.02.2023
CLASA a VI-a

BAREM DE CORECARE ȘI NOTARE

Subiectul I (7puncte)

Numerele naturale a, b și c sunt direct proporționale cu numerele naturale 2, 3 respectiv 5.

- a) Să se arate că numărul $N = (a^2 + 4)(b^2 + 9)(c^2 + 25)$ se divide cu 900.
b) Să se determine numerele a, b și c știind că: $c^3 - b^3 = 784$.

Soluție:

a) $a = 2k, b = 3k, c = 5k$	1p
$N = (4k^2 + 4)(9k^2 + 9)(25k^2 + 25) = 900(k^2 + 1)(k^2 + 1)(k^2 + 1)$	2p
Finalizare	1p
b) $125k^3 - 27k^3 = 784$, de unde $k^3 = 8$, deci $k = 2$	2p
Finalizare	1p

Subiectul al II – lea (7puncte)

Se consideră o mulțime A de numere naturale cu următoarele proprietăți:

- a) $5 \in A$;
b) Dacă $x \in A$, atunci $x + 2 \in A$;
c) Dacă $x \in A$, atunci $7x \in A$.

Să se demonstreze că $2023 \in A$.

Soluție:

Din $5 \in A \Rightarrow 7 \cdot 5 = 35 \in A$	2p
$35 \in A \Rightarrow 35 + 2 = 37 \in A \Rightarrow 37 + 2 = 39 \in A \Rightarrow 39 + 2 = 41 \in A$	2p
$41 \in A \Rightarrow 7 \cdot 41 = 287 \in A$	1p
$287 \in A \Rightarrow 287 + 2 = 289 \in A \Rightarrow 7 \cdot 289 = 2023 \in A$	2p

Subiectul al III – lea (7puncte)

Considerăm unghiurile $\sphericalangle AOC, \sphericalangle COD, \sphericalangle DOB$ cu interioarele disjuncte, astfel încât împreună formează unghiul alungit $\sphericalangle AOB$. Fie $(OE$ și $(OF$ bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle AOC$, respectiv $\sphericalangle DOB$.

- a) Știind că $\sphericalangle EOF = 120^\circ$, determinați măsura unghiului $\sphericalangle COD$.
b) Dacă, în plus, ducem OM perpendiculară pe OC astfel încât punctele M și C să fie de aceeași parte a dreptei AB și $\sphericalangle FOM = 10^\circ$, aflați măsurile unghiurilor $\sphericalangle AOC$ și $\sphericalangle DOB$.

Soluție:

a) $\sphericalangle EOF = \sphericalangle EOC + \sphericalangle COD + \sphericalangle DOF$	1p
$2 \cdot \sphericalangle EOF = 2 \cdot \sphericalangle EOC + 2 \cdot \sphericalangle COD + 2 \cdot \sphericalangle DOF \Rightarrow 240^\circ = \sphericalangle AOC + 2 \cdot \sphericalangle COD + \sphericalangle DOB$	1p
$\sphericalangle AOC + \sphericalangle COD + \sphericalangle DOB = 180^\circ$	1p
$\sphericalangle COD = 60^\circ$	1p
b) $\sphericalangle MOD = 30^\circ$	1p
$\sphericalangle DOB = 80^\circ$	1p
$\sphericalangle AOC = 40^\circ$	1p

Subiectul al IV – lea (7puncte)

În jurul punctului O se construiesc unghiuri ce au măsurile de 10° , respectiv 36° (cel puțin câte unul de fiecare).

- a) Să se afle câte unghiuri sunt de fiecare.



b) Să se identifice o situație în care există posibilitatea realizării construcției astfel încât printre laturile unghiurilor să existe o pereche de semidrepte opuse.

Soluție:

a) Dacă se notează cu $a = \text{nr. unghiurilor de } 10^0$ și cu $b = \text{nr. unghiurilor de } 36^0$, atunci $a \cdot 10^0 + b \cdot 36^0 = 360^0$ 1p

se obține $b = 5$ 2p

și $a = 18$ 1p

b) Se observă că dacă se construiesc cele 5 unghiuri de 36^0 adiacente două câte două, se obține situația cerută 3p