



Olimpiada Națională de Matematică  
Etapa locală – 11 februarie 2023  
Clasa a V-a  
Barem de corectare și notare

**Subiectul 1:**

- a) Calculați numărul  $A = 7 + 21 + 35 + \dots + 231$ .  
b) Arătați că numărul  $B = (7A)^{2023}$  este pătrat perfect.

**Barem de corectare și notare**

- a)  $A = 7[1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 32 + 33 - (2 + 4 + 6 + \dots + 32)] \dots\dots\dots 1p$   
 $A = 7[33 \cdot 34 : 2 - 2 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 16)] \dots\dots\dots 1p$   
 $A = 7(33 \cdot 17 - 16 \cdot 17) = 7 \cdot 17 \cdot (33 - 16) \dots\dots\dots 1p$   
 $A = 7 \cdot 17^2 = 2023 \dots\dots\dots 1p$   
b)  $B = (7A)^{2023} = (7 \cdot 7 \cdot 17^2)^{2023} \dots\dots\dots 1p$   
 $B = ((7 \cdot 17)^2)^{2023} \dots\dots\dots 1p$   
 $B = (119^{2023})^2$ , pătrat perfect  $\dots\dots\dots 1p$

**Subiectul 2:**

- a) Comparați numerele  $a$  și  $b$ , unde  $a = (1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3)^{2023}$  și  $b = 9^{2023} \cdot 7^{4046}$ .  
b) Scrieți numărul  $m = (10^3 + 20^3 + 30^3 + 40^3 + 50^3 + 60^3)^n$  ca un produs între un pătrat perfect și un cub perfect, unde  $n$  este un număr natural nenul.

**Barem de corectare și notare**

- a)  $a = (1 + 8 + 27 + 64 + 125 + 216)^{2023} = 441^{2023} \dots\dots\dots 1p$   
 $b = (3^2)^{2023} \cdot 7^{4046} = 3^{4046} \cdot 7^{4046} = 21^{4046} \dots\dots\dots 1p$   
 $b = (21^2)^{2023} = 441^{2023}$ ,  $a = b \dots\dots\dots 1p$   
b)  $m = [(10 \cdot 1)^3 + (10 \cdot 2)^3 + (10 \cdot 3)^3 + (10 \cdot 4)^3 + (10 \cdot 5)^3 + (10 \cdot 6)^3]^n \dots\dots\dots 1p$   
 $m = [10^3 \cdot (1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3)]^n \dots\dots\dots 1p$   
dar  $(1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3) = 21^2$ , deci  $m = (10^3 \cdot 21^2)^n \dots\dots\dots 1p$   
 $m = (10^n)^3 \cdot (21^n)^2 \dots\dots\dots 1p$

**Subiectul 3:**

Aflați numărul natural  $\overline{ab}$ , cu cifre distincte, pentru care  $(\overline{ab} - \overline{ba}) : (a - b) = \overline{bb} \cdot \overline{ba} - 2015$ .

**Barem de corectare și notare**

$(10a + b - 10b - a) : (a - b) = (10b + b)(10b + a) - 2015$ .....	1p
$(9a - 9b) : (a - b) = 11b \cdot (10b + a) - 2015$ .....	1p
$9(a - b) : (a - b) = 11b \cdot \overline{ba} - 2015$ .....	1p
$9 = 11b \cdot \overline{ba} - 2015 \Leftrightarrow 11b \cdot \overline{ba} = 2024 \Leftrightarrow b \cdot \overline{ba} = 184$ .....	1p
Dacă $b \cdot \overline{ba} = 184$ , atunci $b \leq 4$ . Dacă $b = 5$ , atunci $5 \cdot 51 = 225$ , iar $225 > 184$ .....	0,5p
Dacă $b = 4 \Rightarrow 4 \cdot \overline{4a} = 184 \Rightarrow \overline{4a} = 46 \Rightarrow \overline{ab} = 64$ .....	1p
Dacă $b = 3 \Rightarrow 3 \cdot \overline{3a} = 184 \Rightarrow 184$ nu este divizibil cu 3.....	0,5p
Dacă $b = 2 \Rightarrow 2 \cdot \overline{2a} = 184 \Rightarrow \overline{2a} = 92$ , nu convine.....	0,5p
Dacă $b = 1 \Rightarrow 1 \cdot \overline{1a} = 184$ , nu convine.....	0,5p

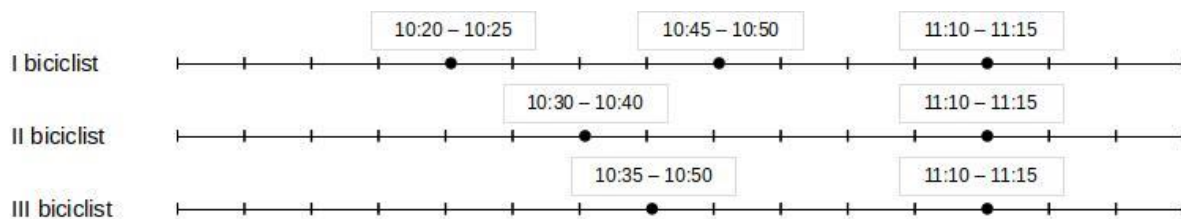
Deci  $\overline{ab} = 64$

**Subiectul 4:**

Trei bicicliști au plecat împreună la ora 10 din localitatea A către localitatea B astfel: primul merge 20 minute și stă 5 minute; al doilea merge 30 de minute și stă 10 minute, iar al treilea merge 35 de minute și stă 15 minute. Când merg, bicicliștii au aceeași viteză. La ce oră se vor reîntâlni cei trei bicicliști după ce se despart prima oară?

**Barem de corectare și notare**

Cei trei bicicliști se despart prima oară la ora 10:20, când primul biciclist se oprește și stă 5 minute. ....	0,5p
Al doilea și al treilea biciclist merg împreună până la ora 10:30, când al doilea biciclist se oprește și stă 10 minute. ....	1p
Al treilea biciclist continuă să meargă până la 10:35, când se oprește și stă 15 minute. După fiecare oprire, bicicliștii continuă să se deplaseze, mergând cu aceeași viteză. Dacă sunt în mișcare, distanțele dintre ei se păstrează. ....	1p
Ei se pot întâlni numai dacă 2 se găsesc în repaus în același loc și al treilea trece prin dreptul lor. De aceea trebuie studiată poziția celor trei bicicliști atunci când doi se găsesc în repaus în același loc .....	1p
Reprezentăm printr-un segment distanța parcursă de un biciclist în 5 minute.	



Se acordă câte **0,5 p** pentru fiecare reprezentare corectă ce reprezintă cei trei bicicliști. În total .....**1,5 p**.  
 Prima dată se întâlnesc primii bicicliști la ora **11:10**, când ei parcurg, fiecare, câte **12** segmente. ....**0,5p**  
 Ei rămân împreună până la ora **11:15**, moment în care prin dreptul lor trece cel de-al treilea biciclist .....**0,5p**  
 Deci, la ora **11:15** cei trei bicicliști se vor întâlni prima oară, după ce s-au despărțit la ora **10:20**. ....**1p**  
 Distanța față de localitatea A în momentul întâlnirii este de **12** segmente.