

Simulare - Examenul național de bacalaureat 2023

Proba E. c)

Matematică M\_tehnologic

Filierea tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați produsul primilor trei termeni ai unei progresii aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$  știind că  $a_1 = 4$  și  $a_2 = 6$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: R \rightarrow R, f(x) = 3x - 2$ . Determinați numărul real  $a$  pentru care punctul  $A(a - 1, a + 3)$  aparține graficului funcției  $f$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_3(5x - 1) = 2$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă suma cifrelor egală cu 3.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-1,4)$ ,  $B(3,2)$ . Determinați coordonatele simetricului punctului  $A$  față de punctul  $B$ .
- 5p 6. Calculați  $\cos x$ , știind că  $\sin x = \frac{4}{5}, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ .

**SUBIECTUL II**

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $A(x) = \begin{pmatrix} x+1 & 2 \\ 4 & x-1 \end{pmatrix}, x \in R$  și  $B = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ -8 & 12 \end{pmatrix}$ .
- 5p a) Arătați că  $\det(A(0)) = -9$ .
- 5p b) Determinați valorile reale ale lui  $x$  pentru care matricea  $A(x)$  este inversabilă.
- 5p c) Determinați valorile reale ale lui  $x$  pentru care  $A(x) \cdot A(x) = B$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x \circ y = xy - 5x - 5y + 30$ .
- 5p a) Calculați  $-1 \circ 2$ .
- 5p b) Determinați elementul neutru al legii de compoziție.
- 5p c) Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuația  $x \circ x \leq 14$ .

**SUBIECTUL III**

(30 de puncte)

1. Fie funcția  $f: (-1, \infty) \rightarrow R, f(x) = \frac{x^2+4x+4}{x+1}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}, x \in (-1, \infty)$ .
- 5p b) Aflați ecuația asimptotei oblice spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Demonstrați că  $f(x) \geq 4, \forall x \in (-1, \infty)$ .
2. Se consideră funcția  $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2+1}$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_{-1}^1 \left(f(x) - \frac{1}{x^2+1}\right) dx = \frac{2}{3}$ .
- 5p b) Determinați numărul natural  $n$ , știind că  $\int_0^1 f(x) dx = \frac{n^2}{3} + \frac{\pi}{4} - 1$ .
- 5p c) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x) - F(1)}{x-1}$ , unde  $F: R \rightarrow R$  este o primitivă a funcției  $f$ .

Simulare - Examenul național de bacalaureat 2023

Proba E. c)

Matematică M<sub>tehnologică</sub>

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$a_2 = a_1 + r$ , deci $r = 2$ , $a_3 = a_2 + r = 6 + 2 = 8$ . Produsul primilor trei termeni ai progresiei este $a_1 a_2 a_3 = 4 \cdot 6 \cdot 8 = 192$	3p 2p
2.	$A(a - 1, a + 3) \in G_f \Leftrightarrow f(a - 1) = a + 3 \Leftrightarrow 3(a - 1) - 2 = a + 3$ $3a - 3 - 2 = a + 3 \Leftrightarrow 2a = 8 \Leftrightarrow a = 4$	3p 2p
3.	Condițiile de existență a logaritmulor $5x - 1 > 0$ și obținerea domeniului $D = \left(\frac{1}{5}, \infty\right)$ Ecuația devine: $\log_3(5x - 1) = 2 \Leftrightarrow 5x - 1 = 9$ . Rezolvarea ecuației $x = 2 \in D$	1p 2p 2p
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile Numerele de două cifre $\overline{ab}$ pentru care $a + b = 3, a \neq 0 \Rightarrow a = 1, b = 2$ sau $a = 2, b = 1$ sau $a = 3, b = 0 \Rightarrow$ numerele naturale de două cifre care au suma cifrelor egală cu trei sunt: 12, 21, 30 $\Rightarrow$ nr. cazurilor favorabile este 3 $p = \frac{\text{numărul cazurilor favorabile}}{\text{numărul cazurilor posibile}} = \frac{3}{90} = \frac{1}{30}$	1p 2p 2p
5.	B este mijlocul segmentului $[AC]$ , unde $C(x_C, y_C)$ este simetricul punctului A față de punctul B. $x_B = \frac{x_A + x_C}{2} \Leftrightarrow 3 = \frac{-1 + x_C}{2} \Leftrightarrow x_C = 7$ , $y_B = \frac{y_A + y_C}{2} \Leftrightarrow 2 = \frac{4 + y_C}{2} \Leftrightarrow y_C = 0$ Finalizare $C(7, 0)$	2p 2p 1p
6.	$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$ $\cos x = \pm \frac{3}{5}$ , dar $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \cos x = \frac{3}{5}$	2p 3p

SUBIECTUL II

(30 de puncte)

1.a)	$A(0) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ , $\det A(0) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1) - 2 \cdot 4 = -1 - 8 = -9$	5p
b)	Matricea $A(x)$ este inversabilă $\Leftrightarrow \det A(x) \neq 0$ $\det A(x) = \begin{vmatrix} x+1 & 2 \\ 4 & x-1 \end{vmatrix} = (x+1)(x-1) - 8 = x^2 - 9$ Ecuația $\det A(x) = 0$ are soluțiile $x_1 = -3$ și $x_2 = 3$ , Matricea $A(x)$ este inversabilă $\Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$	1p 3p 1p
c)	$A(x) \cdot A(x) = \begin{pmatrix} x+1 & 2 \\ 4 & x-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x+1 & 2 \\ 4 & x-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (x+1)^2 + 8 & 4x \\ 8x & (x-1)^2 + 8 \end{pmatrix}$ $A(x) \cdot A(x) = B \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2 + 8 = 8 \\ 4x = -4, 8x = -8 \\ (x-1)^2 + 8 = 12 \end{cases}$ Se obține $x = -1$ care verifică prima și ultima ecuație	2p 2p 1p
2.a)	$-1 \circ 2 = -2 + 5 - 10 + 30 = 23$	5p

