

Inspectoratul Școlar Județean Dolj  
**Examenul național de bacalaureat 2023**  
**Simulare județeană**  
**Proba Ec)**  
**Matematică M\_tehnologic**

**Varianta 1**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale, profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- |           |  |
|-----------|--|
| <b>5p</b> | 1. Arătați că $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) : \frac{5}{12} = \frac{1}{5}$ .  |
| <b>5p</b> | 2. Aflați distanța de la vârful parabolei asociată funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = x^2 - 3x + 2$ , la axa Ox.              |
| <b>5p</b> | 3. Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $\log_2 x + \log_2(x - 3) = \log_2 4$ .   |
| <b>5p</b> | 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr natural de 2 cifre $\overline{ab}$ acesta să aibă cifra zecilor, impară și cifra unităților pară. |
| <b>5p</b> | 5. Să se determine numărul real $a$ , știind că dreptele $d_1: 2x - 3y + 4 = 0$ și $d_2: ax + 15y - 6 = 0$ sunt paralele.                            |
| <b>5p</b> | 6. Se consideră triunghiul ascuțitunghic $ABC$ în care $\sin 60^\circ \cdot \sin A = \cos 30^\circ \cdot \cos A$ . Calculați $\operatorname{tg} A$ . |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

- |           |   |
|-----------|---|
|           | 1. Se consideră matricea $A \in M_2(\mathbb{R})$ , $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x+1 \\ x & -1 \end{pmatrix}$ .               |
| <b>5p</b> | a) Arătați că $1 + \det A(0) = 0$ .   |
| <b>5p</b> | b) Calculați $A^2(1) - A(2) \cdot A(3)$ .   |
| <b>5p</b> | c) Arătați că matricea $B = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ este inversa matricei $A(1)$ . |
|           | 2. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție asociativă și comutativă $x * y = xy - x - y + 2$ .            |
| <b>5p</b> | a) Arătați că $x * y = (x - 1) \cdot (y - 1) + 1$   |
| <b>5p</b> | b) Determinați elementele simetrizabile egale cu simetricele lor în raport cu legea “*”.                                    |
| <b>5p</b> | c) Determinați numerele reale $a$ , știind că $a * a * a = 2023^3 + 1$ .  |

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

- |           |  |
|-----------|--|
|           | 1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$ . |
| <b>5p</b> | a) Arătați că $f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2}$ .   |
| <b>5p</b> | b) Să se determine asimptotele la graficul funcției.   |
| <b>5p</b> | c) Folosind tabelul de variație al funcției să se determine imaginea lui $f(x)$ .                    |
|           | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = e^x(x^2 + x + 1)$ .         |
| <b>5p</b> | a) Să se calculeze $\int [f(x) - (x^2 + 1) \cdot e^x] dx$ .  |
| <b>5p</b> | b) Să se calculeze $\int \frac{f(x)}{(x^2+x+1)(e^x+2)} dx$   |
| <b>5p</b> | c) Să se determine punctele de inflexiune ale primitivei $F(x)$ a funcției $f(x)$ .                  |

**Examenul național de bacalaureat 2023**  
**Simulare județeană**  
**Proba Ec)**  
**Matematică M\_tehnologic**  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

Varianta 1

**Filiera tehnologică:** profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale, profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ $\frac{1}{12} : \frac{5}{12} = \frac{1}{5}$	3p 2p
2.	$V\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right)$ $\text{Dist}(V; O_x) = \left  -\frac{1}{4} \right  = \frac{1}{4}$	3p 2p
3.	C.E. $x > 0$ și $x-3 > 0$ rezultă $x > 3$ , $\log_2 4 = 2$ $\log_2 x(x-3) = 2 = \log_2 4 \rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$ , $x_1 = 4$ (soluție bună), $x_2 = -1$ (F)	2p 3p
4.	$a \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$ și $b \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$ Numarul $\overline{ab}$ poate avea 5 · 5 cazuri favorabile. Sunt 90 de cazuri posibile $P = \frac{5}{18}$	2p 2p 1p
5.	$d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow m_{d_1} = m_{d_2}$ $m_{d_1} = \frac{2}{3}$ și $m_{d_2} = -\frac{a}{15}$ $a = -10$	2p 2p 1p
6.	$\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ Dacă triunghiul ABC este ascuțitunghic rezultă $\cos A \neq 0$ și prin împărțirea relației cu membrul drept se obține $\text{tg } A = 1$	3p 2p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$A(0) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ , $\det A(0) = -1$ $1 + \det A(0) = 0$ .	3p 2p
b)	$A^2(1) = 3 \cdot I_2$ $A(2) \cdot A(3) = \begin{pmatrix} 10 & 1 \\ -1 & 9 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 10 & 1 \\ -1 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & -1 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$ .	2p 2p 1p
c)	$A(1) \cdot B = I_2$ $B \cdot A(1) = I_2$ concluzia	2p 2p 1p
2.a)	$xy - x - y + 2 = x(y-1) - (y-1) + 1 =$ $(x-1)(y-1) + 1$	3p 2p
b)	Determinarea elementului neutru $e=2$ Relația $(x-1)(x'-1) + 1 = 2$ , $x = x'$ , rezultă $(x-1)^2 = 1$ $x=2$ și $x=0$	2p 2p 1p
c)	$a * a * a = (a-1)^3 + 1$	3p

	$(a - 1)^3 + 1 = 2023^3 + 1$ deci $a - 1 = 2023 \rightarrow a = 2024$	<b>2p</b>
--	---	-----------

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = \frac{(2x - 1)'(x - 1) - (2x - 1)(x - 1)'}{(x - 1)^2}$ $= \frac{-1}{(x-1)^2}, x \in \mathbf{R}.$	<b>3p</b>  <b>2p</b>
<b>b)</b>	$x=1$ asimptotă verticală la stânga și la dreapta $y=2$ asimptotă orizontală la $\pm\infty$ Graficul funcției nu admite asimptote oblice	<b>2p</b> <b>2p</b> <b>1p</b>
<b>c)</b>	Alcătuirea tabelului de variație al funcției $\text{Im } f = \mathbf{R} - \{2\}$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>2.a)</b>	$\int [f(x) - (x^2 + 1) \cdot e^x] dx = \int x \cdot e^x dx =$ $x \cdot e^x - e^x + C$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>b)</b>	$I = \int \frac{f(x)}{(x^2+x+1)(e^x+2)} dx = \int \frac{e^x}{(e^x+2)} dx$ $\int \frac{u'(x)}{u(x)} dx = \ln u(x) + C \quad \text{unde } u(x) = e^x + 2 \rightarrow I = \ln(e^x + 2) + C$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$F''(x) = f'(x) = e^x(x^2 + 3x + 2)$ Tabelul cu semnul lui $F''(x)$ . Puncte de inflexiune în $x = -2$ și $x = -1$	<b>2p</b>  <b>3p</b>