

Inspectoratul Școlar Județean Dolj  
**Examenul național de bacalaureat 2023**  
**Simulare județeană**  
**Proba Ec)**  
**Matematică *M\_pedagogic***

**Varianta 1**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

• **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**

• **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că numărul  $(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 + (\sqrt{10} - 1)^2$  este număr natural.
- 5p** 2. Fie funcția  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = x^2 + 6x + m$ , unde  $m$  este un număr real. Determinați numărul  $m$ , știind că punctul  $P(-1, 2023)$  aparține graficului funcției  $f$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $9^{4-3x} = 27^{2-x}$ .
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 2, dar să nu fie divizibil cu 7.
- 5p** 5. Fie triunghiul  $RST$  cu  $RS = 20, ST = 16$  și  $RT = 12$ . Calculați lungimea medianei din  $R$  a triunghiului  $RST$ .
- 5p** 6. Arătați că  $(\sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{3}) : (\sin \frac{\pi}{4})^2 = 2$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = x^2 + xy + y^2$ .

- 5p** 1. Arătați că  $2 * (-3) = 7$ .
- 5p** 2. Demonstrați că legea de compoziție "\*" este comutativă.
- 5p** 3. Determinați numerele reale  $x$  cu proprietatea  $x * 1 = 7$ .
- 5p** 4. Determinați numerele reale  $x$  cu proprietatea  $2^x * (-5) = 21$ .
- 5p** 5. Demonstrați că nu există niciun număr întreg  $x$  cu proprietatea că  $(2x) * 3 < 7$ .
- 5p** 6. Demonstrați că, pentru orice număr natural  $k$ , numărul  $k * (k + 1)$  este număr impar.

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

Se consideră matricele  $A(a) = \begin{pmatrix} a & -2a - 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este un număr real și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

- 5p** 1. Arătați că  $\det(A(1)) = 4$ .
- 5p** 2. Arătați că  $2A(1) - A(2) = A(0)$ .
- 5p** 3. Calculați suma elementelor matricei  $A(1) \cdot A(-1)$ .
- 5p** 4. Arătați că  $\det(A(a) - I_2) \geq 2$ , oricare ar fi numărul real  $a$ .
- 5p** 5. Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $(x - 1) \cdot \det(A(x)) + (x + 1) \cdot \det(A(-x)) = 0$ .
- 5p** 6. Determinați numerele naturale  $m$  și  $n$  pentru care  $\det(A(m)) - \det(A(n)) = 7$ .

**Examenul național de bacalaureat 2023**  
**Simulare județeană**  
**Proba Ec)**  
**Matematică *M\_pedagogic***  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

Varianta 1

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

1.	$(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 = 7 + 2\sqrt{10}$	2p
	$(\sqrt{10} - 1)^2 = 11 - 2\sqrt{10}$	2p
	$n = 18 \in \mathbf{N}$ .	1p
2.	$P(-1, 2023)$ aparține graficului funcției $f$ deci $f(-1) = 2023$ .	2p
	$m - 5 = 2023 \Rightarrow m = 2028$	3p
3.	$3^{2(4-3x)} = 3^{3(2-x)}$	2p
	$8 - 6x = 6 - 3x$	2p
	$x = \frac{2}{3}$ .	1p
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile.	2p
	Sunt 45 numere de două cifre divizibile cu 2, sunt 7 numere de două cifre divizibile și cu 2 și cu 7, deci sunt $45 - 7 = 38$ de cazuri favorabile.	2p
	$p = \frac{19}{45}$ .	1p
5.	Triunghiul $RST$ este dreptunghic în $T$ .	3p
	Mediana din $R$ are lungimea egală cu $4\sqrt{13}$ .	2p
6.	$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}, \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}, \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .	3p
	$(\sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{3}) : (\sin \frac{\pi}{4})^2 = 2$ .	2p

**SUBIECTUL al II-lea**

1.	$2 * (-3) = 2^2 + 2 \cdot (-3) + (-3)^2$	3p
	$2 * (-3) = 7$ .	2p
2.	$x * y = x^2 + xy + y^2$	2p
	$y * x = y^2 + yx + x^2$ , deci $x * y = y * x$	3p
3.	$x * 1 = x^2 + x + 1$	2p
	$x^2 + x - 6 = 0$ , de unde rezultă $x \in \{-3, 2\}$ .	3p
4.	$2^x * (-5) = 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 25$	2p
	$2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$	1p
	$x \in \{0, 2\}$	2p
5.	$(2x) * 3 = 4x^2 + 6x + 9$	2p
	$2x^2 + 3x + 1 < 0$	1p
	$x \in \left(-1, -\frac{1}{2}\right) \cap \mathbf{Z} = \emptyset$ .	2p
6.	$k * (k + 1) = 3k^2 + 3k + 1$	2p
	$3k^2 + 3k + 1 = 3k(k + 1) + 1$	1p
	Cum $k(k + 1)$ este număr natural par, obținem că $3k^2 + 3k + 1$ este număr natural impar.	2p

**SUBIECTUL al III-lea**

<b>1.</b>	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ $\det(A(1)) = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 1 \cdot (-3) =$ $= 1 + 3 = 4$	<b>1p</b>  <b>3p</b>  <b>1p</b>
<b>2.</b>	$2A(1) - A(2) = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = A(0).$	<b>3p</b>  <b>2p</b>
<b>3.</b>	$A(1) \cdot A(-1) = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$ <p>Suma elementelor matricei <math>A(1) \cdot A(-1)</math> este <math>-4 + 4 + 0 + 0 = 0</math>.</p>	<b>1p</b>  <b>3p</b>  <b>1p</b>
<b>4.</b>	$\det(A(a) - I_2) = \begin{vmatrix} a-1 & -2a-1 \\ 1 & a-1 \end{vmatrix} = (a-1)^2 + 2a + 1 =$ $= a^2 + 2.$ <p><math>a^2 + 2 \geq 2</math>, pentru orice număr real <math>a</math>.</p>	<b>2p</b>  <b>2p</b>  <b>1p</b>
<b>5.</b>	$(x-1) \cdot \det(A(x)) + (x+1) \cdot \det(A(-x)) = (x-1)(x+1)^2 + (x+1)(-x+1)^2$ $= 2x(x-1)(x+1)$ $2x(x-1)(x+1) \Leftrightarrow x = 0 \text{ sau } x = 1 \text{ sau } x = -1.$	<b>2p</b>  <b>1p</b>  <b>2p</b>
<b>6.</b>	$\det(A(m)) - \det(A(n)) = (m+1)^2 - (n+1)^2 = (m-n)(m+n+2)$ <p>Cum <math>m</math> și <math>n</math> sunt numere naturale, avem: <math>m - n = 1</math> și <math>m + n + 2 = 7</math>                  Obținem <math>m = 3</math> și <math>n = 2</math></p>	<b>2p</b>  <b>1p</b>  <b>2p</b>