

Examenul național de bacalaureat 2023

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

30 puncte

- 5p 1. Să se calculeze $\log_{\frac{1}{4}} 2 + \log_{\frac{1}{4}} 8$
- 5p 2. Să se determine al doilea termen al progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$ care are rația $q = 2$ și $b_8 = 256$.
- 5p 3. Să se determine soluțiile x_1 și x_2 ale ecuației $x^2 + (m - 5)x + 3m = 0$, știind că $x_1 + x_2 = 4$.
- 5p 4. Să se rezolve în \mathbb{R} ecuația $3^{x+1} + 3^x = 108$.
- 5p 5. Se consideră punctele $A(-5, 8)$, $B(-2, a)$ și $C(b, 2)$. Determinați numerele reale a și b pentru care punctul C este simetricul lui A față de B .
- 5p 6. Arătați că $\frac{\sin 135^\circ - \sin 150^\circ}{\sin 135^\circ + \sin 150^\circ} = 3 - 2\sqrt{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

30 puncte

- Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = -xy - x - y - 2$, oricare ar fi numerele reale x și y .
- 5p 1. Să se demonstreze că $x * y = -(x + 1) \cdot (y + 1) - 1$ oricare ar fi numerele reale x și y .
- 5p 2. Să se demonstreze că legea de compoziție "*" este asociativă pe \mathbb{R} .
- 5p 3. Să se determine elementul neutru al legii de compoziție "*" pe \mathbb{R} .
- 5p 4. Să se determine elementele simetrizabile din \mathbb{R} în raport cu legea de compoziție "*".
- 5p 5. Să se rezolve în \mathbb{R} ecuația $(x + 2) * (2x - 3) = 5$
- 5p 6. Să se rezolve inecuația $(x - 3) * (x + 1) \geq 0, x \in \mathbb{R}$.

SUBIECTUL al III-lea

30 puncte

- În mulțimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și submulțimea \mathcal{M} a tuturor matricelor de ordin 2 care au toate elementele diferite două câte două din mulțimea $\{1, 2, 3, 4\}$.
- 5p 1. Să se calculeze $\det(2A + I_2)$.
- 5p 2. Să se calculeze $\frac{\det(A^4)}{\det(4 \cdot A)}$.
- 5p 3. Să se determine inversa matricei A .
- 5p 4. Să se arate că $A \in \mathcal{M}$.
- 5p 5. Dați exemplu de o matrice $B \in \mathcal{M}$ cu proprietatea $\det(B) = 10$.
- 5p 6. Să se arate că orice matrice din mulțimea \mathcal{M} este matrice inversabilă.

Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
Simulare
BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE
SUBIECTUL I
30puncte

1.	$\log_{\frac{1}{4}} 2 + \log_{\frac{1}{4}} 8 = \log_{\frac{1}{4}} 16 =$ $= -2$	3p 2p
2.	$b_8 = b_2 \cdot q^6 \Rightarrow 256 = b_2 \cdot 2^6$ $\Rightarrow b_2 = 4$	3p 2p
3.	Relația lui Viète $x_1 + x_2 = 5 - m$ dar cum $x_1 + x_2 = 4$ deduce că $5 - m = 4$, deci $m = 1$	2p 3p
4.	$3^x \cdot (3 + 1) = 108 \Rightarrow$ $3^x = 27 \Rightarrow x = 3$	3p 2p
5.	B este mijlocul segmentului AC $\Rightarrow x_B = \frac{x_A + x_C}{2}$ și $y_B = \frac{y_A + y_C}{2}$ $b=1$ și $a=5$	2p 3p
6.	Se aplică formula $\sin(180^\circ - x) = \sin x \Rightarrow \sin 135^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ și $\sin 150^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ $\frac{\sin 135^\circ - \sin 150^\circ}{\sin 135^\circ + \sin 150^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} = 3 - 2\sqrt{2}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea
30puncte

1.	Pentru oricare numere reale x și y avem $x * y = -xy - x - y - 1 - 1 = -x(y + 1) - (y + 1) - 1 =$ $= -(x + 1) \cdot (y + 1) - 1$	3p 2p
2.	Pentru oricare numere reale x, y, z $x * (y * z) = xyz + xz + yz + xy + x + y + z$ $(x * y) * z = xyz + xz + yz + xy + x + y + z,$ deci, $x * (y * z) = (x * y) * z$, oricare ar fi numerele reale x, y, z deduce că legea este asociativă pe R	3p 1p 1p
3.	Se arată că există $e \in R$ astfel încât $x * e = e * x = x$, oricare ar fi $x \in R$ $e = -2$	2p 3p
4.	Pentru oricare $x \in R$ există $x' \in R$ astfel încât $x * x' = x' * x = -2$ deduce că $x' = \frac{-x}{x+1}$ pentru $x \neq -1$ deci, elementele simetrizabile din R în raport cu legea de compoziție "*" sunt numerele reale diferite de -1 .	1p 3p 1p
5.	$(x + 2) * (2x - 3) = 5 \Rightarrow -2x^2 - 4x = 0$ de unde, $x \in \{-2, 0\}$	3p 2p
6.	$(x - 3) * (x + 1) \geq 0 \Rightarrow -x^2 + 3 \geq 0$ de unde, $x \in [-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$	3p 2p

SUBIECTUL al III -lea

30puncte

1.	$2A + I_2 = \begin{pmatrix} 9 & 6 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ $\det(2A + I_2) = 9 \cdot 3 - 6 \cdot 4 = 3$	<p>3p 2p</p>
2.	$\det(A^4) = (\det A)^4 = (-2)^4 = 16$ $\det(4 \cdot A) = -32$ $\frac{\det(A^4)}{\det(4 \cdot A)} = -\frac{1}{2}$	<p>2p 2p 1p</p>
3.	$\det A = -2 \neq 0 \Rightarrow A \text{ este inversabilă, deci admite } A^{-1}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$	<p>2p 3p</p>
4.	<p>A are toate elementele diferite și A are toate elementele din mulțimea $\{1, 2, 3, 4\}$ deci, $A \in \mathcal{M}$</p>	<p>2p 2p 1p</p>
5.	<p>Exemplu, $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ verifică condițiile: $B \in \mathcal{M}$ și $\det(B) = 4 \cdot 3 - 2 \cdot 1 = 10$</p>	<p>3p 2p</p>
6.	<p>Fie $C = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}$ cu $\det(C) = a \cdot d - b \cdot c$ C inversabilă dacă și numai dacă $\det(C) \neq 0$. Numerele a, b, c și d sunt 1, 2, 3 și 4 într-o ordine oarecare. Unul singur dintre ele este divizibil cu 3, deci $\det(C)$ nu este divizibil cu 3, de unde, $\det(C) \neq 0$.</p>	<p>2p 3p</p>