

BACALAUREAT-M_tehnologic MATEMATICĂ - SIMULARE 3.02.2023

Filiera tehnologică, profilul servicii, toate calificările profesionale, profilul resurse naturale și protecția mediului, toate calificările profesionale, profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de trei ore

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați termenul b_3 al unei progresii geometrice, știind că $b_8 = 384$, iar rația este egală cu 2.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2 - x$. Calculați produsul $f(0) \cdot f(1) \cdot f(2) \cdot f(3)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(4x+1) = 2$.
- 5p 4. Se consideră mulțimea $A = \{\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \dots, \sqrt{11}\}$. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea A , acesta să fie natural.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră dreapta $AB: x - y + 2 = 0$ și punctul $C(3; m)$, unde m este un număr real. Determinați valorile reale ale lui m pentru care distanța de la punctul C la dreapta AB este egală cu $2\sqrt{2}$.
- 5p 6. Se consideră triunghiului ABC , cu $AB = 6, BC = 4$ și $m(\angle ABC) = 30^\circ$. Arătați că aria triunghiului este egală cu 6.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră în mulțimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ și $X(a) = I_2 + aA$, unde $a \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Calculați A^2 , unde $A^2 = A \cdot A$.
- 5p b) Arătați că $X(-2) + X(-1) + X(0) + X(1) + X(2) = 5I_2$.
- 5p c) Verificați dacă $X(a)X(b) = X(a+b+ab)$, oricare ar fi numerele $a, b \in \mathbb{R}$.
2. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - 10(x+y) + 110$.
- 5p a) Verificați că relația $x \circ y = (x-10)(y-10) + 10$ este adevărată.
- 5p b) Calculați numărul real $C_{10}^1 \circ C_{20}^1$.
- 5p c) Rezolvați ecuația $x \circ (x-1) = 10$, unde $x \in \mathbb{R}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3x+1}{x-1}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{-4}{(x-1)^2}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei verticale a graficului funcției f .
- 5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 f'(x)}$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = 3e^{2x} + \frac{2}{x^2+1}$ și $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o primitivă a lui f .
- 5p a) Arătați că funcția F este strict crescătoare pe \mathbb{R} .
- 5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x) - F(0)}{x}$.
- 5p c) Dacă $F(0) = 1$, calculați $F(1)$.

BACALAUREAT-M_tehnologic MATEMATICĂ SIMULARE 3.02.2023

Filiera tehnologică, profilul servicii, toate calificările profesionale, profilul resurse naturale și protecția mediului, toate calificările profesionale, profilul tehnic, toate calificările profesionale

BAREM DE EVALUARE SI DE NOTARE

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I
30 de puncte

1.	$b_8 = b_3 \cdot q^5$ $384 = b_3 \cdot 2^5 \Leftrightarrow 384 = 32b_3 \Leftrightarrow b_3 = 12$	2p 3p
2.	$f(2) = 0$ $f(0) \cdot f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) = 0$	2p 3p
3.	Condiție $4x + 1 > 0 \Rightarrow x > -\frac{1}{4} \Rightarrow x \in \left(-\frac{1}{4}, \infty\right)$. Obținem $4x + 1 = 9 \Leftrightarrow 4x = 8 \Leftrightarrow x = 2$ care aparține domeniului ecuației.	2p 3p
4.	Mulțimea A are 10 elemente, din care 2 naturale. Probabilitatea este egală cu $\frac{\text{numărul cazurilor favorabile}}{\text{numărul cazurilor posibile}} = \frac{1}{5}$.	2p 3p
5.	$\frac{ 5-m }{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow$ $ 5-m = 4 \Leftrightarrow m = 1 \text{ sau } m = 9$	2p 3p
6.	$A_{ABC} = \frac{AB \cdot BC \cdot \sin B}{2}$ $A_{ABC} = 6 \cdot 2 \cdot \sin 30^\circ = 6$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea
30 de puncte

1.a)	$A^2 = A \cdot A$ $A^2 = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$	1p 4p
b)	$X(-2) = I_2 - 2A, X(-1) = I_2 - A, X(0) = I_2, X(1) = I_2 + A, X(2) = I_2 + 2A$. $X(-2) + X(-1) + X(0) + X(1) + X(2) = 5I_2$	3p 2p
c)	$X(a)X(b) = (I_2 + aA)(I_2 + bA) = I_2 + aA + bA + abA$. $X(a+b+ab) = I_2 + (a+b+ab)A$ $X(a)X(b) = X(a+b+ab)$	2p 2p 1p
2.a)	$x \circ y = xy - 10x - 10y + 100 + 10$ $x \circ y = x(y-10) - 10(y-10) + 10 = (x-10)(y-10) + 10$	2p 3p
b)	$C_{10}^1 = 10, C_{20}^1 = 20$ $C_{10}^1 \circ C_{20}^1 = (10-10)(20-10) + 10 = 10$	2p 3p
c)	Ecuația devine $(x-10)(x-11) + 10 = 10$ $(x-10)(x-11) = 0 \Rightarrow x \in \{10; 11\}$	2p 3p

