Focșani, Str. Dornei, nr. 5, tel. 0237214141, fax 0237214499

Simulare, Bacalaureat, 3 februarie 2023
Proba E. c)
Matematică *M_ pedagogic*

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare ***Simulare***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $\left(\frac{\sqrt{5}}{5}+\frac{\sqrt{3}}{3}\right):\frac{\sqrt{45}+\sqrt{75}}{15}=1$.

5p **2.** Fie funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-5x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x-35$. Determinați $n\in\mathbb{N}$, pentru care $f(n)\geq g(n)$.

5p **3.** Rezolvați ecuația $5^{x^2-3x}=\frac{1}{25}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **4.** După o ieftinire cu 10%, prețul unui obiect este de 540 lei. Care este prețul inițial al obiectului?

5p **5.** Fie A(3,4), B(6,4) și C(6,7). Arătați că triunghiul ABC este dreptunghic isoscel.

5p **6.** Arătați că $(sin\,60^{\circ}-cos\,60^{\circ})^2+sin\,60^{\circ}$=1

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție $x*y=xy-6x-6y+42$.

5p **1.** Arătați că $(-10)*6=6$.

5p **2.** Demonstrați că $x*y=(x-6)(y-6)+6$, $(\forall)\ x,y\in\mathbb{R}$.

5p **3.** Verificați dacă $e=7$ este elementul neutru al legii de compoziție.

5p **4.** Rezolvați în mulțimea $\mathbb{R}$ inecuația $x*(x+2)\leq 6$.

5p **5.** Rezolvați ecuația $6^x*36^x=6$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **6.** Determinați $m,n\in\mathbb{N}$ astfel încât $m*n=12$.

SUBIECTUL al III-lea(30 de puncte)

Fie $A=\begin{pmatrix}0&3\\6&9\end{pmatrix}$ *și* $B(x)=\begin{pmatrix}2&x\\2+x&4\end{pmatrix}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p 1. Arătați că $det\,A=-18$.

5p 2. Arătați că $A\cdot B(0)-B(0)\cdot A=6\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&-1\end{pmatrix}$.

5p 3. Arătați că $det(B(x))=(2-x)\cdot(x+4)$, $(\forall)\ x\in\mathbb{R}$.

5p 4. Arătați că $det(A+B(2))<\det A+\det(B(2))$.

5p 5. Demonstrați că $B(x) \cdot B(y) = B(y) \cdot B(x)$ dacă și numai dacă $x = y, (\forall)\ x, y \in \mathbb{R}$.

5p 6. Determinați $n \in \mathbb{N}$ $pentru\ care\ B(1) + B(2) + B(3) + \cdots + B(n) = \begin{pmatrix} 200 & 5050 \\ 5250 & 400 \end{pmatrix}$.

Simulare, Bacalaureat, 3 februarie 2023
Proba E. c)
Matematică *M_ pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare ***Simulare***

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se aordă zece puncte din oficiu.Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(\frac{\sqrt{5}}{5}+\frac{\sqrt{3}}{3}\right):\frac{3\sqrt{5}+5\sqrt{3}}{15}=$	2p
	$\frac{3\sqrt{5}+5\sqrt{3}}{15}\cdot\frac{15}{3\sqrt{5}+5\sqrt{3}}=1$	3p
2.	$f(n)=-5n+1$, $g(n)=2n-35, f(n)\geq g(n)\Leftrightarrow -5n+1\geq 2n-35,\quad 7n\leq 36$	3p
	dar $n\in\mathbb{N}\Rightarrow n\in\{0,1,2,3,4,5\}$	2p
3.	$5^{x^2-3x}=5^{-2}\Leftrightarrow x^2-3x=-2\Rightarrow x^2-3x+2=0$	3p
	$\mathrm{x}_1=2$ și $\mathrm{x}_2=1$	2p
4.	$x-10\%\cdot x=540\Rightarrow 9x=5400$	3p
	$x=600$ lei	2p
5.	$\mathrm{AB}=\sqrt{(\mathrm{x_B}-\mathrm{x_A})^2+(\mathrm{y_B}-\mathrm{y_A})^2}=3, \mathrm{BC}=\sqrt{(\mathrm{x_C}-\mathrm{x_B})^2+(\mathrm{y_C}-\mathrm{y_B})^2}=3\Longrightarrow\Delta\mathrm{ABC}$ este isoscel	3p
	$\mathrm{AC}=\sqrt{(\mathrm{x_C}-\mathrm{x_A})^2+(\mathrm{y_C}-\mathrm{y_A})^2}=3\sqrt{2}$ $AC^2=AB^2+BC^2$ și conform reciprocei teoremei lui Pitagora triunghiul ABC este dreptunghic isoscel	2p
6.	$(\sin 60^\circ-\cos 60^\circ)^2+\sin 60^\circ=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}{4}+\frac{2\sqrt{3}}{4}=$	3p
	$=\frac{4}{4}=1$	2p

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$(-10)*6=-10\cdot 6-6\cdot(-10)-6\cdot 6+42$	3p
	$=6$	2p
2.	$x*y=xy-6x-6y+36+6=x(x-6)+6(y-6)+6$	3p
	$=(x-6)(y-6)+6, (\forall)\ x,y\in\mathbb{R}.$	2p
3.	$x*e=e*x=x,(\forall)\ x\in\mathbb{R}$	2p
	$x*7=x\Leftrightarrow 7x-6x-42+42=x$ $7*x=x\Leftrightarrow 7x-42-6x+42=x$	3p
4.	$x*(x+2)=(x-6)(x+2-6)+6\leq 6\Leftrightarrow(x-6)(x-4)\leq 0$	3p

	$\Rightarrow x \in [4,6]$	2p
5.	$(6^x - 6)(36^x - 6) + 6 = 6 \Rightarrow (6^x - 6)(36^x - 6) = 0 \Longrightarrow$ $6^x = 6 \Leftrightarrow x = 1$ $36^x = 6 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$	3p 2p
6.	$(m-6)\cdot(n-6) + 6 = 12 \Longrightarrow (m-6)\cdot(n-6) = 6$ Cum $m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow \begin{cases} m-6=1 \\ n-6=6 \end{cases} \Rightarrow m = 7$ *și* $n = 12$ *sau* $\begin{cases} m-6=6 \\ m-6=1 \end{cases} \Rightarrow m = 12$ *și* $n = 7$ $\begin{cases} m-6=2 \\ n-6=3 \end{cases} \Rightarrow m = 8$ *și* $n = 9$ *sau* $\begin{cases} m-6=3 \\ n-6=2 \end{cases} \Rightarrow m = 9$ *și* $n = 8$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Fie $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$ *și* $B(x) = \begin{pmatrix} 2 & x \\ 2+x & 4 \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R}$.	
1.	$\begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 9 \end{vmatrix} = 0 \cdot 9 - 6 \cdot 3 =$ $= -18$	3p 2p
2.	$A \cdot B(0) - B(0) \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 6 & 12 \\ 30 & 36 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 24 & 42 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 6 \\ 6 & -6 \end{pmatrix} = 6 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.	3p 2p
3.	$det\big(B(x)\big) = 2 \cdot 4 - x \cdot (2+x) = 8 - 2x - x^2 = -x^2 - 4x + 2x + 8 =$ $= -x \cdot (x+4) + 2(x+4) = (x+4) \cdot (2-x), (\forall)\, x \in \mathbb{R}$	3p 2p
4.	$A + B(2) = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 10 & 13 \end{pmatrix}$ $det\big(A + B(2)\big) = -24$, *det A=-18, det B(2)=0* $\Rightarrow \det\big(A + B(2)\big) < detA + detB(2)$	2p 2p 1p
5.	$B(x) \cdot B(y) = \begin{pmatrix} 4+2x+xy & 2y+4x \\ 12+2x+4y & 2y+xy+16 \end{pmatrix}$, $B(y) \cdot B(x) = \begin{pmatrix} 4+2y+xy & 2x+4y \\ 12+2y+4x & 2x+xy+16 \end{pmatrix}$ $B(x) \cdot B(y) = B(y) \cdot B(x) \Leftrightarrow x = y, (\forall)\, x, y \in \mathbb{R}$.	3p 2p
6.	$B(1) + B(2) + B(3) + \cdots + B(n) =$ $= \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} + \cdots + \begin{pmatrix} 2 & n \\ 2+n & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2n & \frac{n(n+1)}{2} \\ \frac{n(n+5)}{2} & 4n \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2n & \frac{n(n+1)}{2} \\ \frac{n(n+5)}{2} & 4n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 200 & 5050 \\ 5250 & 400 \end{pmatrix} \Rightarrow n = 100$	3p 2p