Simulare, Bacalaureat, 17 ianuarie 2023
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Calculați suma primilor trei termeni ai progresiei geometrice cu termeni pozitivi $(b_n)_{n\ge1}$, știind că $b_1=3$ și $b_3=27$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-7$. Determinați numerele naturale n pentru care $f(n)<0$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(x-1)+\lg(x+2)=1$.
5p	**4.** Determinați câte numere naturale pare de două cifre se pot forma cu cifre din mulțimea $\{5,6,7,8,9\}$.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,2)$, $B(8,3)$ și $C(0,5)$. Determinați aria triunghiului ABC.
5p	**6.** Determinați perimetrul triunghiului ABC dreptunghic în A, știind că $tgB=\frac{3}{4}$ și $AC=9$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=xy+7(x+y)+42$.

5p	**1.** Arătați că $(-\sqrt{3})*\sqrt{3}=39$.
5p	**2.** Arătați că $x*y=(x+7)(y+7)-7$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Arătați că $e=-6$ este elementul neutru al legii de compoziție „*".
5p	**4.** Determinați numerele reale x pentru care $x*x*x=x$.
5p	**5.** Arătați că $\frac{1}{2+\sqrt{3}}*\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ este număr natural impar.
5p	**6.** Dați exemplu de numere raționale a și b, care nu sunt întregi, pentru care numărul $a*b$ este întreg.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A(x)=\begin{pmatrix}1-2x & 2x\\ -x & 1+x\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 6\\ -3 & 10\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p	**1.** Arătați că $\det(A(1))=0$.
5p	**2.** Demonstrați că $A(3)\cdot A(3)+B=8I_2$.
5p	**3.** Arătați că $A(x)\cdot A(y)=A(x+y-xy)$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**4.** Determinați numărul natural n pentru care $\lvert\det A(n)\rvert=6$.
5p	**5.** Pentru $x=2$, rezolvați în $M_2(\mathbb{R})$ ecuația $X\cdot A(2)=B$.
5p	**6.** Arătați că matricea $A(2^x)-I_2$ **nu** este inversabilă, pentru orice număr real x.

MINISTERUL EDUCAȚIEI

Simulare, Bacalaureat, 17 ianuarie 2023
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$b_2^2=b_1\cdot b_3=3\cdot 27=81\Rightarrow b_2=9$	**3p**
	$b_1+b_2+b_3=3+9+27=39$	**2p**
2.	$f(n)=3n-7\Rightarrow 3n-7<0\Rightarrow n<\frac{7}{3}$	**3p**
	Cum n este număr natural $\Rightarrow n\in\{0,1,2\}$	**2p**
3.	$\lg(x-1)(x+2)=1\Leftrightarrow (x-1)(x+2)=10$	**3p**
	$x_1=-4$ nu convine și $x_2=3$ soluție	**2p**
4.	$\overline{ab}$ este număr par de unde obținem $b\in\{6,8\}$, $a\in\{5,6,7,8,9\}$	**3p**
	În total sunt $5\cdot 2=10$ numere	**2p**
5.	$A_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\cdot\lvert\Delta\rvert$, unde $\Delta=\begin{vmatrix}4&2&1\\8&3&1\\0&5&1\end{vmatrix}=12+0+40-0-16-20=16$	**3p**
	$A_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\cdot\lvert 16\rvert=8$	**2p**
6.	$tgB=\frac{AC}{AB}$, $\frac{3}{4}=\frac{9}{AB}\Rightarrow AB=12$	**3p**
	Din teorema lui Pitagora obținem $BC=15\Rightarrow P=36$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$\left(-\sqrt{3}\right)*\sqrt{3}=\left(-\sqrt{3}\right)\sqrt{3}+7\left(-\sqrt{3}+\sqrt{3}\right)+42=$	**3p**
	$=-3+0+42=39$	**2p**
2.	$(x+7)(y+7)-7=xy+7x+7y+49-7=xy+7x+7y+42=$	**3p**
	$=xy+7(x+y)+42=x*y$, pentru orice numere reale x și y.	**2p**
3.	$x*(-6)=(x+7)(-6+7)-7=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$(-6)*x=x$, pentru orice număr real x, deci $e=-6$ este element neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$x*x=(x+7)^2-7$, $x*x*x=(x+7)^3-7$	**2p**
	$(x+7)^3-7=x\Rightarrow(x+7)(x+8)(x+6)=0\Rightarrow x=-8$ sau $x=-7$ sau $x=-6$	**3p**

5.	$\frac{1}{2+\sqrt{3}} * \frac{1}{2-\sqrt{3}} = \left(2-\sqrt{3}\right) * \left(2+\sqrt{3}\right) =$	**2p**
	$= \left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right) + 7\left(2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}\right) + 42 = 1+28+42 = 71$ este număr natural impar	**3p**
6.	$a*b \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow (a+7)(b+7) \in \mathbb{Z}$; de exemplu, $a+7=\frac{2}{3}$, $b+7=\frac{3}{2}$	**2p**
	$a=-\frac{19}{3} \in \mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$, $b=-\frac{11}{2} \in \mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$ și $a*b=-6$, care este număr întreg	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(1)=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = (-1)\cdot 2 - (-1)\cdot 2 =$	**3p**
	$=-2+2=0$	**2p**
2.	$A(3)\cdot A(3) = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -6 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$	**2p**
	$A(3)\cdot A(3)+B = \begin{pmatrix} 7 & -6 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -3 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} = 8I_2$	**3p**
3.	$A(x)\cdot A(y) = \begin{pmatrix} 1-2x & 2x \\ -x & 1+x \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1-2y & 2y \\ -y & 1+y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-2x-2y+2xy & 2x+2y-2xy \\ -x-y+xy & x+y-xy+1 \end{pmatrix}$	**2p**
	$= \begin{pmatrix} 1-2(x+y-xy) & 2(x+y-xy) \\ -(x+y-xy) & 1+(x+y-xy) \end{pmatrix} = A(x+y-xy)$	**3p**
4.	$\det A(n) = (1-2n)(1+n)+2n^2 = 1-n$	**2p**
	$\|1-n\| = 6 \Rightarrow 1-n=6 \Rightarrow n=-5$ care nu convine, sau $1-n=-6 \Rightarrow n=7$ soluție	**3p**
5.	Pentru $x=2$, obținem $A(2)=\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $A(2)\cdot A(2) = A(0) = I_2 \Rightarrow A^{-1}(2) = A(2)$	**3p**
	$X = B\cdot A(2) = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -3 & 10 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 & 22 \\ -11 & 18 \end{pmatrix}$	**2p**
6.	$A(2^x)-I_2 = \begin{pmatrix} 1-2\cdot 2^x & 2\cdot 2^x \\ -2^x & 1+2^x \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2\cdot 2^x & 2\cdot 2^x \\ -2^x & 2^x \end{pmatrix}$	**3p**
	$\det\left[A(2^x)-I_2\right] = -2\cdot 2^{2x} + 2\cdot 2^{2x} = 0 \Rightarrow A(2^x)-I_2$ nu este inversabilă pentru orice x număr real	**2p**