SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT

MATEMATICĂ *M_mate-info*, 17 ianuarie 2023

- Filieră teoretică, profil real, specializarea matematică și informatică.
- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 180 minute.
- Se acordă 10 puncte din oficiu.

Subiectul I **(30 de puncte)**

5p 1. Determinați numărul real m pentru care $x_1 = 1 - i$ este soluție a ecuației $x^2 - 2x + m = 0$.

5p 2. Determinați $a \in \mathbb{R}^*$ pentru care soluțiile ecuației $2ax^2 + (3a-5)x + a - 3 = 0$ verifică relația $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \geq 1$.

5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{\log_2(1+x)}{\log_2(1-x)} = 2$.

5p 4. Determinați numărul funcțiilor $f:\{1,2,3\} \to \{1,2,3,4\}$ pentru care $f(1)$ este număr prim.

5p 5. În reperul catrezian xOy se consideră puctele $A(-4;0)$ și $B(2;2)$. Scrieți ecuația mediatoarei segmentului AB.

5p 6. Rezolvați în $[0,2\pi)$ ecuația $2\sin^2 x + \sin 2x = 0$.

Subiectul al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(m) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & m^2 & 1 \\ m+1 & (m+1)^2 & 1 \end{pmatrix}$, unde m este număr real.

5p a) Calculați $\det\left(A(0)\right)$.

5p b) Determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât matricea $A(m)$ este inversabilă.

5p c) În reperul catrezian xOy se consideră puctele $A(1;1), B(m;m^2)$ și $C(m+1;(m+1)^2)$. Aflați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = 1$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție asociativă „ $*$ ” definită prin $x * y = 3xy - 3x - 3y + 4$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.

5p a) Determinați $k \in \mathbb{Z}$ astfel încât $x * y = 3(x-1)(y-1) + k$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.

5p b) Determinați că $H = (1;+\infty)$ este parte stabilă a lui $\mathbb{R}$ în raport cu legea de compoziție „ $*$ ”.

5p c) Determinați $x \in \mathbb{R}$ pentru care $x * x * x * x = 28$.

Subiectul al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$.

5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$, $(\forall)x \in \mathbb{R}$.

5p b) Demonstrați că f este inversabilă.

5p c) Arătați că $f(x) < x$, $(\forall)x > 0$.

2. Fie $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = e^{-x^2}$ și $F:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ o primitivă a sa.

5p a) Arătați că $\int_0^1 x \cdot f(x)dx = \frac{e-1}{2e}$.

5p **b)** Calculați $\lim_{x\to 0} \frac{F(\cos x)-F(1)}{x^2}$.

5p **c)** Demonstrați că funcția $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x)=F(x)+f(x)$ are exact un punct de extrem local.

SUCCES! ☺