EVALUARE NAȚIONALĂ - SIMULARE 1

Nr. 2

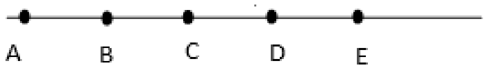
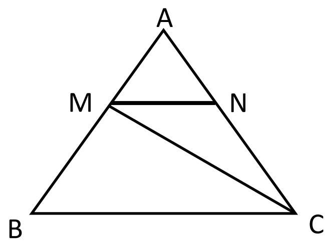
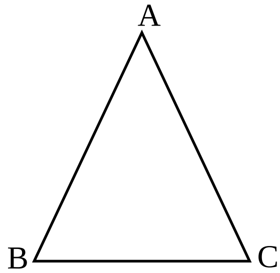
SUBIECTUL I

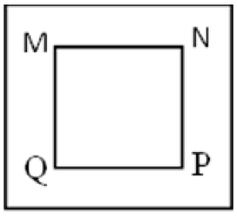
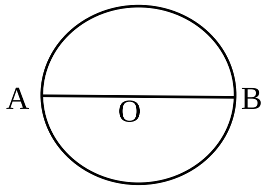
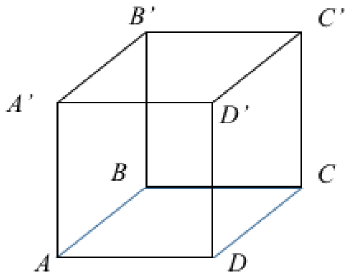
Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. (30 de puncte)

<table>
<tr><td>5p</td><td>1. Dintre numerele 34, 43, 75 și 91 este prim numărul:
a) 34
b) 43
c) 75
d) 91</td></tr>
<tr><td>5p</td><td>2. Un obiect costă 360 lei. După o reducere cu 60% obiectul costă:
a) 160 lei
b) 144 lei
c) 300 lei
d) 148 lei</td></tr>
<tr><td>5p</td><td>3. Scriind ca interval mulțimea A = $\{x \in \mathbb{R} / 5 - 3(2x + 1) > -4\}$, obținem:
a) $(1,+\infty)$
b) $(-1, +\infty)$
c) $(-\infty, 1]$
d) $(-\infty, 1)$</td></tr>
<tr><td>5p</td><td>4. Se dau numerele $a = 4 - \sqrt{7}$ și $b = 4 + \sqrt{7}$. Diferența dintre media aritmetică și media geometrică a celor două numere este:
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4</td></tr>
<tr><td>5p</td><td>5. În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile înregistrate într-o săptămână:
<table>
<tr><td>Ziua</td><td>Luni</td><td>Marți</td><td>Miercuri</td><td>Joi</td><td>Vineri</td><td>Sâmbătă</td><td>Duminică</td></tr>
<tr><td>Temp.(^{0}C)</td><td>3</td><td>7</td><td>2</td><td>-1</td><td>0</td><td>- 4</td><td>- 5</td></tr>
</table>
Diferența dintre cea mai mare și cea mai mică temperatură este:
a) 13
b) 12
c) 3
d) 2</td></tr>
<tr><td>5p</td><td>6. La ora de educație fizică, elevii s-au așezat în șir. Maria are în față 9 elevi și în spate 15 elevi. Maria afirmă: “Șirul este format din 25 de elevi”. Afirmația Mariei este:
a) adevărată
b) falsă</td></tr>
</table>

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, B, C, D și E. Simetricul punctului B față de punctul C este punctul: a) C b) A c) E d) D 
5p	2. Dreptele MN și BC din figura alăturată sunt paralele. Dacă ∢ NMC = 30^0 și ∢ ACB= 80^0, atunci măsura unghiului MNC este egală cu: a) 110^0 b) 100^0 c) 90^0 d) 70^0 
5p	3. Punctele A, B și C din figura alăturată marchează pozițiile a trei corturi dintr-un camping. Corturile B și C sunt amplasate pe malul unui râu. Dacă triunghiul ABC este isoscel (AB=AC) cu perimetrul egal cu 72 m și AB + BC = 46 m, atunci distanța de la cortul A la râu (BC) este egală cu: a) 16 m b) 20 m c) 24 m d) 26 m 
5p	

	4. Figura alăturată reprezintă schița unui teren de sport în formă de pătrat MNPQ cu latura egală cu 10 m. terenul e înconjurat de o pistă de alergare cu lățimea de 2 m. aria suprafeței pistei de alergare este egală cu:  a) 96 m^2 b) 44 m^2 c) 20 m^2 d) 196 m^2
5p	5. Cercul din figura alăturată are lungimea egală cu 10π cm. Lungimea coardei AB este egală cu:  a) 5 cm b) 10 cm c) 20 cm d) $2\sqrt{10}$ cm
5p	6. În figura alăturată este reprezentat cubul ABCDA'B'C'D'. Măsura unghiului dintre dreptele BD și D'C' este:  a) 60^0 b) 90^0 c) 30^0 d) 45^0

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete. **(30 de puncte)**

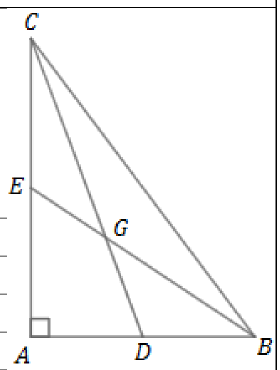
5p	**1.** Un șoarece de câmp are în galerie boabe de porumb. Dacă ar mânca zilnic, în mod egal, câte 10, 12 sau 25 de boabe, i-ar rămâne de fiecare dată 3 boabe. **(2p) a)** Ar putea să aibă șoarecele, în galerie, 123 de boabe? Justifică răspunsul dat! **(3p) b)** Află dacă numărul boabelor din galerie ar putea fi consumat, zilnic, mâncând câte 21 de boabe, fără a rămâne vreun rest, știind că este cel mai mare număr de trei cifre care îndeplinește condițiile din enunț.
5p	**2.** Se dă expresia $E(x) = (x-3)^2 - (x-3)(x+3) - x^2 + 6x - 9$, unde $x \in \mathbb{R}$. **(2p) a)** Arată că $E(x) = 9 - x^2$.

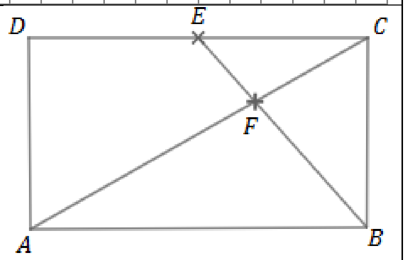
(3p) b) Arată că $E(x) > 7 - 2x^2 + x$, pentru orice număr real x.

5p 3. Se consideră numerele

$$\boldsymbol{a} = \left(\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}} + \frac{\mathbf{2}}{\sqrt{\mathbf{8}}} + \frac{\mathbf{3}}{\sqrt{\mathbf{18}}} + \frac{\mathbf{4}}{\sqrt{\mathbf{32}}} + \frac{\mathbf{5}}{\sqrt{\mathbf{50}}}\right) : \frac{\mathbf{10}}{\sqrt{\mathbf{2}}} \text{ și } \boldsymbol{b} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{8}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{12}}.$$

(2p) a) Arată că $a = \frac{1}{2}$.

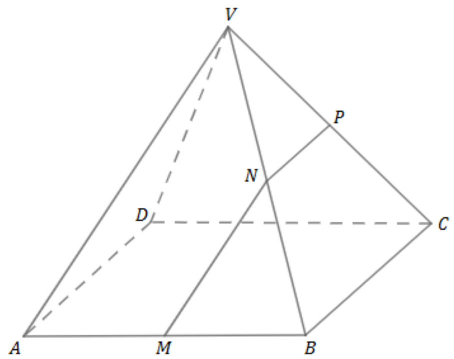
	(3p) b) Calculează numărul $c = (7a - 4b)^{2021}$.
5p	**4.** În figura următoare, ΔABC are $\hat{A} = 90°$, D și E sunt mijloacele laturilor AB și AC, $AC = 6\sqrt{3}\ cm$, iar $BC = 12\ cm$.  **(2p) a)** Arată că aria ΔABC este egală cu $18\sqrt{3}\ cm^2$.

	(3p) b) Dacă $CD \cap BE = \{G\}$, calculează aria patrulaterului $AEGD$.
5p	**5.** În figura următoare, $ABCD$ este dreptunghi, E este mijlocul lui CD, F este punctul de intersecție a dreptelor AC și BE, iar $AB = 12\ cm$ și $BC = 9\ cm$.  **(2p) a)** Arată că $FC = 5\ cm$.

(3p) b) Calculează distanța de la F la AD.

5p

6. În figura următoare, $VABCD$ este piramidă patrulateră regulată, punctele M, N și P sunt mijloacele muchiilor AB, VB și, respectiv, VC. Dreptele NP și VA fac un unghi de $60°$.



(2p) a) Arată că $NP \parallel (VAD)$.

(3p) b) Determină măsura unghiului format de MN cu planul (ABC).

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE - SIMULARE 1

Nr. 2

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**b)**	**5p**
2.	**b)**	**5p**
3.	**d)**	**5p**
4.	**a)**	**5p**
5.	**b)**	**5p**
6.	**a)**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**d)**	**5p**
2.	**b)**	**5p**
3.	**c)**	**5p**
4.	**a)**	**5p**
5.	**b)**	**5p**
6.	**d)**	**5p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1)	a)	123 = 25 ·4 +23	**1p**
		Cum 23 $\neq 3$, deducem că nu este posibil ca șoarecele să aibă 123 de boabe	**1p**
	b)	$n = 10 \cdot c_1 + 3, n = 12 \cdot c_2 + 3, n = 25 \cdot c_3 + 3,$ unde n este numărul boabelor din galerie și $c_{1,} c_2, c_3$ sunt numere naturale.	**1p**
		Cel mai mic multiplu comun al numerelor 10,12 și 25 este 300, deci $n - 3$ este multiplu de 300 , n maxim de trei cifre $\Longrightarrow$ $n - 3 = 300 \cdot 3 \Rightarrow n = 903$	**1p**
		903 = 21 · 43, deci șoarecele poate consuma zilnic câte 21 de boabe , fără a rămâne vreun rest.	**1p**
2)	a)	$E(x) = x^2 - 6x + 9 - x^2 + 9 - x^2 + 6x - 9 = 9 - x^2$	**2p**
	b)	$9 - x^2 - 7 + 2x^2 - x > 0 \Rightarrow x^2 - x + 2 > 0$	**1p**

		$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}>0$; $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2\geq 0, \forall x\in\mathbf{R}$, deci $E(x)>7-2x^2+x$, pentru orice x real	**2p**
3)	a)	$a=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{2}{2\sqrt{2}}+\frac{3}{3\sqrt{2}}+\frac{4}{4\sqrt{2}}+\frac{5}{5\sqrt{2}}\right)\cdot\frac{10}{\sqrt{2}}=\frac{5}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{10}=\frac{1}{2}$	**2p**
	b)	$b=\frac{12+6+4+3+2}{24}=\frac{27}{24}=\frac{9}{8}$	**1p**
		$c=\left(7\cdot\frac{1}{2}-4\cdot\frac{9}{8}\right)^{2021}=(-1)^{2021}=-1$	**2p**
4)	a)	T.Pitagora : $AB^2=12^2-\left(6\sqrt{3}\right)^2\Rightarrow AB=6\,\text{cm}$	**1p**
		$\mathcal{A}_{\triangle ABC}=\frac{6\cdot 6\sqrt{3}}{2}=18\sqrt{3}\text{ cm}^2$	**1p**
	b)	G centru de greutate al triunghiului $ABC\Rightarrow\mathcal{A}_{\triangle AGD}=\mathcal{A}_{\triangle AGE}=\frac{1}{6}\cdot\mathcal{A}_{\triangle ABC}$	**2p**
		$\mathcal{A}_{ADGE}=\mathcal{A}_{\triangle ADG}+\mathcal{A}_{\triangle AEG}=2\cdot\frac{1}{6}\cdot 18\sqrt{3}=6\sqrt{3}\text{ cm}^2$	**1p**
5)	a)	T Pitagora în $\triangle ABC$: $AC^2=9^2+12^2\Rightarrow AC=15$cm	**1p**
		$ABCD$ dreptunghi$\Rightarrow EC\parallel AB\xrightarrow{TFA}\Delta EFC\sim\Delta BFA\Rightarrow\frac{CF}{FA}=\frac{EC}{AB}=\frac{1}{2}\Rightarrow CF=5$ Alternativă de rezolvare: F centru de greutate al triunghiului $BCD\Rightarrow$ $CF=\frac{2}{3}\cdot CO=\frac{2}{3}\cdot\frac{15}{2}=5\,\text{cm}$, unde $\{O\}=AC\cap BD$	**1p**
	b)	$FQ\perp AD, Q\in AD\Rightarrow d(F,AD)=FQ$	**1p**
		$CD\perp AD, FQ\perp AD\Rightarrow FQ\parallel AD\xrightarrow{TFA}\Delta AFQ\sim\Delta ACD$	**1p**
		$\frac{AF}{AC}=\frac{FQ}{CD}\Rightarrow\frac{10}{15}=\frac{FQ}{12}\Rightarrow FQ=8\,\text{cm}$	**1p**
6)	a)	NP este linie mijlocie în triunghiul $VBC\Rightarrow NP\parallel BC$; cum $ABCD$ este pătrat, avem $BC\parallel AD$, de unde rezultă că $NP\parallel AD$	**1p**
		$NP\parallel AD, AD\subset(VAD)$ și $NP\not\subset(VAD)\Rightarrow NP\parallel(VAD)$	**1p**

	b)	$\sphericalangle(MN,(ABC)) = \sphericalangle(MN, pr_{(ABC)}MN) = \sphericalangle(MN, MQ) = \sphericalangle NMQ$	**1p**
		V,N,B coliniare $\Rightarrow$proiecțiile pe *(ABC)* sunt coliniare $\Rightarrow Q \in (OB)$; *N* mijloc *VB* implică Q mijloc OB și NQ liniemijlocie$\Rightarrow NQ \parallel VO, MQ \parallel AO \Rightarrow \sphericalangle NMQ = \sphericalangle VAO$;	**1p**
		$\sphericalangle(NP, VA) = \sphericalangle(AD, VA) = \sphericalangle VAD = 60^\circ \Rightarrow \triangle VAD$echilateral Cu reciproca teoremei lui Pitagora avem triunghiul *VAC* dreptunghic, dar și isoscel $\Rightarrow \sphericalangle VAO = 45^\circ \Rightarrow \sphericalangle(MN,(ABC)) = 45^\circ$	**1p**