COLEGIUL NAȚIONAL "VLADIMIR STREINU" – GĂEȘTI - DÂMBOVIȚA

Simulare Examenul Național de bacalaureat
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

20.12.2022

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
• Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p 1. Calculați modulul numărului complex $z = (2+3i)(2-3i) - (9-3i)$. $|z|=5$

5p 2. Se consideră funcția $f: R \to R, f(x) = x^2 - 2x + m$, unde m este un număr real. Determinați valorile reale ale lui m pentru care $f(x) > 1$, pentru orice număr real x. $m \in (2, \infty)$

5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $log_5(\sqrt{x}+1) + log_5(\sqrt{x}-1) = 2$. $x=26$

5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de cinci cifre distincte, formate cu cifre din mulțimea $\{0,1,2,3,4,5\}$, acesta să aibă cifra zecilor egală cu 2 și cifra unităților egală cu 3. $\frac{3}{100} = \frac{18}{600}$

5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră trapezul $ABCD$ cu $AB//CD$, $A(1,2)$, $B(4,5)$ și $D(-3,2)$. Determinați ecuația dreptei MN, știind că segmentul MN este linia mijlocie a trapezului $ABCD$. $x-y+3=0$.

5p 6. Știind că $x \in (\pi, 2\pi)$ și $cos2x = \frac{1}{3}$, calculați $sinx$. $sinx = \frac{-\sqrt{3}}{3}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} a & 2a-5 & a-2 \\ 1 & 2-a & a \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este un număr real.

5p **a)** Arătați că $det(A(0)) = 3$.

5p **b)** Demonstrați că $det(A(a)) = (a-1)(a-3)(3a+1)$, pentru orice număr real a. $3^x = -\frac{1}{3} \notin (0,\infty)$

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\det(A(3^x)) = 0$. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 =$

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă, cu element neutru, $x * y = \frac{1}{3}xy - \frac{1}{2}(x+y) + \frac{9}{4}$.

5p **a)** Demonstrați că $x * y = \frac{1}{3}(x-\frac{3}{2})(y-\frac{3}{2}) + \frac{3}{2}$, oricare ar fi numerele reale x și y.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $x * x * x = x$. $\frac{3}{2}, \frac{9}{2}, \frac{-3}{2}$

5p **c)** Demonstrați că **nu** există niciun număr natural n al cărui simetric în raport cu legea de compoziție " $*$ " să fie număr natural.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: R \to R, f(x) = e^x(x^2 - 4x + 1)$.

5p **a)** Arătați că $f'(x) = e^x(x-3)(x+1), \forall x \in R$.

5p **b)** Determinați abscisele punctelor situate pe graficul funcției f, în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu dreapta de ecuație $y=2022$. $-1, 3$

5p **c)** Determinați valorile reale ale lui a, știind că graficul funcției f intersectează dreapta de ecuație $y=a$ în exact trei puncte. $a \in (0, \frac{6}{e})$.

2. Se consideră funcția $f: R \to R, f(x) = cosx$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^{\frac{\pi}{2}} sinx f(x)\,dx = \frac{1}{2}$.

5p **b)** Calculați $\boxed{\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x}\int_0^x f(t)dt.}$ $\to 0$

5p **c)** Pentru fiecare număr natural n, se consideră numărul $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (f(x))^n dx$. Demonstrați că șirul $(I_n)_{n\geq1}$ este convergent.