SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT

Matematică M_*tehnologic*, decembrie 2022

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

Subiectul I **(30 de puncte)**

1. Arătați că $\left(\frac{2}{7}\right)^{-1} + \sqrt{\frac{9}{4}} - 2 = 3$.
2. Se dă funcția $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -5x + 4$. Determinați numărul real a pentru care punctul A(a, -21) aparține graficului funcției f .
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+6} = x$.
4. După o ieftinire cu 30%, prețul unei biciclete este 630 de lei. Determinați prețul inițial al bicicletei.
5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,-1), B(3,2), C(a,1) și D(3,4), unde a este un număr real. Determinați numărul a, pentru care dreptele AB și CD sunt paralele.
6. Calculați $sin^2 150^0 + sin^2 30^0$.

Subiectul al II-lea **(30 de puncte)**

1.În mulțimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ se consideră matricele de forma A(x) = $\begin{pmatrix} 1+3x & -x \\ 6x & 1-2x \end{pmatrix}$, unde x∈ $\mathbb{R}$.

a) Calculați A(1)+A(-1);

b) Stabiliți dacă matricea A(2) este inversabilă;

c) Arătați că A(x)·A(y)=A(x+y+xy), oricare ar fi numerele reale x și y.

2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție asociativă $x \circ y = 2xy - 8x - 8y + 36$.

a) Să se calculeze $-2 \circ 4$;

b) Să se arate că $x \circ y = 2(x-4)(y-4) + 4$, oricare ar fi numerele reale x și y;

c) Calculați $-2023 \circ (-2022) \circ \ldots \circ 2022 \circ 2023$.

Subiectul al III-lea **(30 de puncte)**

1.Se consideră funcția f : $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, f (x) = $(x^2 - 3x)e^x$.

a. Arătați că $f'(x) = (x^2 - x - 3)e^x$, x ∈ $\mathbb{R}$;

b. Calculați $\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$;

c. Determinați ecuația tangentei la graficul funcției în punctul de abscisă 0, situat pe graficul funcției f.

2.Fie funcția f : $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, f(x)=$\begin{cases} x^2 - x + 1, x \le 1 \\ \ln x + 1, x > 1 \end{cases}$.

a) Să se arate ca funcția f admite primite pe $\mathbb{R}$,

b) Să se determine o primitivă a funcției f pe intervalul $(-\infty,1)$pentru care F(-1) = 2,

c) Să se arate că orice primitivă F a funcției f este crescătoare pe $(1, \infty)$.

SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT

Matematică M_*tehnologic*, decembrie 2022

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

SUBIECTUL I

1.	$\left(\frac{2}{7}\right)^{-1} + \sqrt{\frac{9}{4}} - 2 = \frac{7}{2} + \frac{3}{2} - 2 =$	**3p**
	$= \frac{10}{2} - 2 = 5 - 2 = 3$	**2p**
2.	$A(a, 21) \in G_f \Rightarrow f(a) = -21$	**2p**
	$-5a+4 = -21 \Rightarrow a = 5$	**3p**
3.	$\sqrt{x+6} = x \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0$	**3p**
	$x = 3$ convine, $x = -2$ nu convine	**2p**
4.	Se notează cu x prețul inițial și $x - \frac{30}{100}x = 630$	**3p**
	$7x = 6300 \Rightarrow x = 900$ lei	**2p**
5.	$AB \parallel CD \Rightarrow m_{AB} = m_{CD} \Rightarrow \frac{3}{-1} = \frac{3}{3-a}$	**3p**
	$3-a = -1 \Rightarrow a = 4$	**2p**
6.	$sin150^0 = \sin(180^0 - 30^0) = sin30^0 = \frac{1}{2}$	**3p**
	$sin^2 150^0 + sin^2 30^0 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$, $A(-1) = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$	**3p**
	$A(1)+A(-1) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	**2p**
b)	A(2) este inversabilă dacă $\det A(2) \neq 0$	**1p**
	$A(2) = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 12 & -3 \end{pmatrix}$	**2p**
	$\det A(2) = 7(-3) - 12(-2) = -21 + 24 = 3 \neq 0$, deci A(2) este inversabilă	**2p**
c)	$A(x) = \begin{pmatrix} 1+3x & -x \\ 6x & 1-2x \end{pmatrix}$, $A(y) = \begin{pmatrix} 1+3y & -y \\ 6y & 1-2y \end{pmatrix}$	**2p**
	$A(x) \cdot A(y) = \begin{pmatrix} 1+3(x+y+xy) & -(x+y+xy) \\ 6(x+y+xy) & 1-2(x+y+xy) \end{pmatrix} = A(x+y+xy)$	**3p**

2.a)	$-2 \circ 4 = 2(-2)\cdot 4 - 8\cdot(-2) - 8\cdot 4 + 36 =$ =4	**3p** **2p**
b)	$x \circ y = 2x(y-4) - 8(y-4) - 32 + 36 =$ = 2(x-4)(y-4)+4, oricare ar fi x și y numere reale.	**3p** **2p**
c)	Notăm $-2023 \circ (-2022) \circ \ldots \circ 3 = a$ și $5 \circ 6 \circ \ldots \circ 2023 = b$ și obținem $-2023 \circ (-2022) \circ \ldots \circ 2022 \circ 2023 = a \circ 4 \circ b$ Datorită asociativității și faptului că $x \circ 4 = 4 \circ x$=4, oricare ar fi x număr real, deducem că $a \circ 4 \circ b = (a \circ 4) \circ b = 4 \circ b = 4$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea

1.a)	$f^1(x) = (x^2-3x)' \cdot e^x + (x^2-3x)(e^x)' =$ $(2x-3)e^x + (x^2-3x)e^x = (x^2-x-3)e^x$	**2p** **3p**
b)	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$ = $f^1(0)$ = -3	**3p** **2p**
c)	Ecuația tangentei la graficul funcției în punctul de abscisă x_0 este y - f(x_0) = f'(x_0) (x – x_0) avem x_0 = 0, f(0) = 0; f'(0) = -3, deci y - 0 = -3(x – 0), y = -3x	**2p** **3p**
2.a)	$l_s(1) = (\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}}(x^2 - x + 1)) = 1$, $l_d(1) = \left(\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} lnx + 1\right) = 1, f(1) = 1$ Deci f continuă în x=1 Cum f continuă pe $\mathbb{R} - \{1\}$ ca funcții elementare, avem f continuă pe $\mathbb{R}$, f admite primitive pe $\mathbb{R}$.	**3p** **2p**
b)	$F(x) = \int (x^2 - x + 1)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + C$ $F(-1) = -\frac{1}{3} - \frac{1}{2} - 1 + C = -\frac{11}{6} + C$ $-\frac{11}{6} + C = 2, de\ unde\ C = \frac{23}{6}$ $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + \frac{23}{6}$	**3p** **1p** **1p**
c)	Fie F o primitivă a lui f . F'(x) = f(x) = lnx +1, pentru x $\in (1, \infty)$ Deoarece lnx+1 > 0 pe $(1, \infty)$, avem F'(x) > 0, deci F crescătoare .	**3p** **2p**

Echipa de profesori:
CONSTANDACHE OANA MAGDALENA - Liceul Tehnologic "Pamfil Șeicaru", Ciorogârla
MARINESCU AURORA - Liceul Tehnologic "Pamfil Șeicaru", Ciorogârla
URZICEANU MARIANA - Liceul Tehnologic "Nicolae Bălcescu", Voluntari
MORARU DANIELA - Inspector ISJ Ilfov