

SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT
Matematică M_ pedagogic, decembrie 2022

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1. Arătați că media aritmetică a numerelor $a = 7 - \sqrt{48} + 2\sqrt{3}$ și $b = \sqrt{12} - 3$ este egală cu 2.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 3x + 1$. Determinați numărul real a pentru care punctul $A(a, -a)$ aparține graficului funcției f .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $25^x = 5^{3x-4}$.
- 5p 4. Un obiect se scumpește cu 10% și apoi se ieftinește cu 10%, prețul obiectului ajungând la 78.210 lei. Determinați prețul inițial al obiectului.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(0,2)$ și dreapta d de ecuație $y = -x + 1$. Determinați ecuația dreptei care trece prin A și este paralelă cu d .
- 5p 6. Arătați că $(\sin 45^\circ + \cos 45^\circ)^2 - \sin 90^\circ = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

Fie $A = \{a + b\sqrt{2022}; a, b \in \mathbb{Z}\}$ cu $A \subset \mathbb{R}$ și legea de compoziție $x \circ y = x + y + \sqrt{2022}$.

- 5p 1. Arătați că $x + y \in A, \forall x, y \in A$.
- 5p 2. Arătați că $x \cdot y \in A, \forall x, y \in A$.
- 5p 3. Să se găsească $x \in A$ astfel încât $x \circ (-\sqrt{2022}) = 1$.
- 5p 4. Să se stabilească dacă legea este comutativă în A .
- 5p 5. Să se determine elementul neutru al legii în A .
- 5p 6. Să se rezolve în \mathbb{N} inecuația $x \circ (x - 2) < \sqrt{2022} + 1$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

Fie matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -6 & -3 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(a) = A + aI_2, a \in \mathbb{R}$.

- 5p 1. Arătați că $\det A = -3$.
- 5p 2. Determinați numerele reale a pentru care $\det (M(a)) = 2022$.
- 5p 3. Calculați $M(-1) + M(0) + M(1)$.
- 5p 4. Demonstrați că $M(a) \cdot M(b) = A^2 + (a + b)A + abI_2$.
- 5p 5. Să se rezolve în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuația $M(1) \cdot X = A$.
- 5p 6. Să se calculeze $A + A^2 + A^3 + A^4$.

SIMULARE ILFOV

SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT

Matematică M _ pedagogic, decembrie 2022

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$a = 7 - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 7 - 2\sqrt{3}$ $b = 2\sqrt{3} - 3$ $m_a(a,b) = \frac{7 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 3}{2} = \frac{4}{2} = 2$	2p 3p
2.	$A(a,-a) \in G_f \Leftrightarrow f(a) = -a$ $a^2 - 3a + 1 = -a \Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \Leftrightarrow (a-1)^2 = 0 \Leftrightarrow a = 1$	2p 3p
3.	$5^{2x} = 5^{3x-4}$ $2x - 3x - 4 \Leftrightarrow -x = -4 \Leftrightarrow x = 4$	2p 3p
4.	$x + \frac{10}{100} \cdot x - \frac{10}{100} \cdot \left(x + \frac{10}{100} \cdot x\right) = 78210$ $\frac{11}{10} \cdot x - \frac{1}{10} \cdot \frac{11x}{10} = 78210 \Rightarrow x = 7900$	3p 2p
5.	$d \parallel d' \text{ (unde } d' \text{ este dreapta căutată)} \Leftrightarrow m_d = m_{d'} = -1$ $y - y_A = m_{d'}(x - x_A) \Rightarrow y = -x + 2$	2p 3p
6.	$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 1 =$ $= (\sqrt{2})^2 - 1 = 2 - 1 = 1$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$\text{Fie } x = a + b\sqrt{2022}$ $y = c + d\sqrt{2022}$ $x + y = (a+c) + (b+d)\sqrt{2022} \Rightarrow x+y \in A$	2p 3p
2.	$\text{Fie } x = a + b\sqrt{2022}$ $y = c + d\sqrt{2022}$ $x \cdot y = ac + ad\sqrt{2022} + bc\sqrt{2022} + 2022bd$ $= ac + 2022bd + (ad+bc)\sqrt{2022} \Rightarrow xy \in A$	2p 3p
3.	$x \circ (-\sqrt{2022}) = 1 \Leftrightarrow$ $x - \sqrt{2022} + \sqrt{2022} = 1$ $x = 1$	2p 3p
4.	$\forall x, y \in A \Rightarrow x \circ y = y \circ x$	2p

	$x \circ y = x + y + \sqrt{2022}$ $y \circ x = y + x + \sqrt{2022} \Rightarrow$ legea \circ este comutativă	3p
5.	$\forall x \in A \Rightarrow \exists ! e \in A$ astfel încât $x \circ e = e \circ x = x$ $x \circ e = x \Rightarrow x + e + \sqrt{2022} = x \Rightarrow e = -\sqrt{2022} \in A$	2p 3p
6.	$x \circ (x-2) < \sqrt{2022} + 1$ $x + x - 2 + \sqrt{2022} < \sqrt{2022} + 1$ $2x - 2 < 1 \Rightarrow 2x < 3 \Rightarrow x < \frac{3}{2}$ Dar $x \in \mathbb{N} \Rightarrow x \in \{0, 1\}$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -6 & -3 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-3) - 1 \cdot (-6)$ $= -9 + 6 = -3$	3p 2p
2.	$A + aI_2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -6 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+a & 1 \\ -6 & -3+a \end{pmatrix}$ $\det(M(a)) = \begin{vmatrix} 3+a & 1 \\ -6 & a-3 \end{vmatrix} = (3+a)(a-3) - 6(-1) = a^2 - 9 + 6 = a^2 - 3$ $a^2 - 3 = 2022 \Rightarrow a^2 = 2025 \Rightarrow a = \pm\sqrt{2025} \Rightarrow a = \pm 45$	2p 3p
3.	$M(-1) + M(0) + M(1) = A + (-1) \cdot I_2 + A + 0 \cdot I_2 + A + 1 \cdot I_2 =$ $= 3A = 3 \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -6 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 3 \\ -18 & -9 \end{pmatrix}$	3p 2p
4.	$M(a) \cdot M(b) = (A + aI_2)(A + bI_2) = A^2 + A \cdot b \cdot I_2 + a \cdot I_2 \cdot A + a \cdot b \cdot I_2^2 =$ $= A^2 + (a+b) \cdot A + a \cdot b \cdot I_2$	3p 2p
5.	$M(1) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -6 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -6 & -2 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -6 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -6 & -3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4a+c & 4b+d \\ -6a-2c & -6b-2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -6 & -3 \end{pmatrix}$ $\begin{cases} 4a+c=3 \\ -6a-2c=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+c=3 \\ -3a-c=-3 \end{cases} \Rightarrow a=0, c=3$ $\begin{cases} 4b+d=1 \\ -6b-2d=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8b+2d=2 \\ -6b-2d=-3 \end{cases} \Rightarrow b=-\frac{1}{2}, d=3$ $X = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$	2p 3p
6.	$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -6 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -6 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9-6 & 3-3 \\ -18+18 & -6+9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = 3I_2$ $A^3 = A^2 \cdot A = 3I_2 \cdot A = 3A$ $A^4 = A^3 \cdot A = 3A \cdot A = 3A^2 = 3 \cdot 3 \cdot I_2 = 9I_2$ $A + A^2 + A^3 + A^4 = A + 3I_2 + 3A + 9I_2 = 4A + 12I_2 = 4 \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -6 & -3 \end{pmatrix} + 12 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -24 & -12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12 & 0 \\ 0 & 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 & 4 \\ -24 & 0 \end{pmatrix}$	2p 3p

Echipa de profesori:

TOADER RĂDULESCU IOANA MELETINA (Liceul Tehnologic "Barbu A. Știrbey", Buftea)

IACOB CRISTINA MIHAELA(Liceul Tehnologic "Barbu A. Știrbey", Buftea)

STRATULAT CRISTINA –AMELIA (Școala Gimnazială"Ioan Bădescu", Popești-Leordeni)

MORARU DANIELA- Inspector ISJ Ilfov

SIMULARE ILFOV