SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT

Matematică M_*tehnologic*, noiembrie 2022

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

Subiectul I **(30 de puncte)**

1. Să se determine numărul real x pentru care numerele 1 ,x, x+2 sunt în progresie aritmetică.
2. Se dă funcția f:$R \longrightarrow R$, f(x) = $|x-2|$. Să se calculeze f(0) · f(1) · … · f(2022).
3. Să se afle x ϵ $(1,+\infty)$ știind că $lg\ (x+1)\ + lg\ (x-1)\ = lg3$.
4. Să se determine probabilitatea ca alegând un element din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibe produsul cifrelor 8.
5. Se dau punctele A(1,3), B(2,-1) și C(1,-1). Să se scrie ecuația dreptei ce trece prin punctul C și este paralelă cu dreapta AB.
6. Să se afle raza cercului circumscris unui triunghi ABC, știind că BC = 8 și m(∢BAC) = 30^0.

Subiectul al II-lea **(30 de puncte)**

1. Fie matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 4 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}x & 2\\ 3 & x\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, x ϵ R.

a. Arătați că det A = - 10;
b. Arătați că B(2) · B(-2) = 2 I_2;
c. Determinați numărul real x, știind că det(A+B) = 7.

2. Pe mulțimea numerelor reale definim legea de compoziție x○y = xy - 2(x+y) + 6.
a. Arătați că 4 ○ (-3) = - 8 ;
b. Arătați că x ○ y = (x-2)(y-2)+2,($\forall$) x,y ϵ R;
c. Determinați numerele reale x , știind că $2^x \circ 4^x = 2$

Subiectul al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția : $(2,\infty) \rightarrow R,\ f(x) = \frac{x^2+3x-1}{x-2}$.
   a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x-5)(x+1)}{(x-2)^2}$, $x \in (2,\infty)$.
   b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.
   c) Demonstrați că $f(x) \geq 13$, pentru orice $x \in (2,\infty)$.

2. Se consideră funcția $f: R \rightarrow R,\ f(x) = xe^x$.
   a) Calculați $\int \frac{f(x)}{e^x} dx$, $x \in R$.
   b) Determinați primitiva F a funcției f , care verifică relația $F(0) = 2022$.
   c) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este convexă pe intervalul $[-1,\infty)$.

Echipa de profesori:
CONSTANDACHE OANA MAGDALENA - Liceul Tehnologic "Pamfil Șeicaru", Ciorogarla
MARINESCU AURORA - Liceul Tehnologic "Pamfil Șeicaru", Ciorogarla
URZICEANU MARIANA - Liceul Tehnologic "Nicolae Bălcescu", Voluntari
MORARU DANIELA - Inspector ISJ Ilfov

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ILFOV   MINISTERUL EDUCAȚIEI

SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT

Matematică M_*tehnologic*, noiembrie 2022

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	x=$\frac{1+x+2}{2}$ (numerele sunt în progresie artmetică) x=3	**3p** **2p**
2.	f(2)=0 f(0) · f(1) ·f(2) · … · f(2022)=0	**2p** **3p**
3.	$\lg(x+1)\,(x-1) = lg3 \Longrightarrow \lg(x^2-1) = lg3 \Longrightarrow x^2-1=3$ (funcție injectivă) $\Longrightarrow x^2=4$ $\Longrightarrow x=-2$(nu verifică ecuația) și $x=2$(verifică ecuația)	**3p** **2p**
4.	Numerele naturale de două cifre sunt de la 10 la 99, deci 90 de cazuri posibile; Numerele naturale care au produsul cifrelor 8 sunt: 18, 81, 24 și 42, adică 4 cazuri favorabile; $P=\frac{nr\ cazuri\ favorabile}{nr\ cazuri\ posibile}=\frac{2}{45}$	**2p** **2p** **1p**
5.	$m_{AB}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=-4$ Din condiția de paralelism rezultă că panta dreptei cerute este -4; Ecuatia dreptei va fi y-y_C=-4(x-x_C), de unde deducem y=-4x+3	**2p** **2p** **1p**
6.	Din teorema sinusurilor avem $\frac{BC}{sinA}=2R$ $\sin 30^0=\frac{1}{2}$ R=8	**3p** **1p** **1p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	det A = $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$ = 2·1 - 4·3 = 2 – 12 = -10	**3p** **2p**
b)	B(2)·B(-2) = $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4+6 & 4-4 \\ -6+6 & 6-4 \end{pmatrix} =$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = 2I_2$	**3p** **2p**
c)	A+B = $\begin{pmatrix} 2+x & 5 \\ 7 & 1+x \end{pmatrix}$, det (A+B) = (2+x)(1+x) – 35 = 2 +2x+x + x^2- 35 = x^2 +3x -33	**3p**

	$x^2 + 3x - 33 = 7$, $x^2 + 3x - 40 = 0$ de unde obținem $x_1 = 5$; iar $x_2 = -8$.	**2p**
2.a)	Verificare directă $4 \circ (-3) = 4(-3)-2(4-3)+6 =$ $-12 - 2 + 6 = -8$	**3p** **2p**
b)	$x \circ y = xy - 2x - 2y + 4 + 2 = x(y-2) - 2(y-2) + 2 =$ $(x-2)(y-2)+2$	**3p** **2p**
c)	$2^x \circ 4^x = (2^x - 2)(4^x - 2) + 2$, $(2^x - 2)(4^x - 2) + 2. = 2$, de unde $(2^x - 2)(4^x - 2) = 0$, $2^x = 2$, $x = 1$, $4^x = 2$, $2^{2x} = 2$, $2x = 1$, $x = \frac{1}{2}$	**2p** **1p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = \frac{(2x+3)(x-2)-(x^2+3x-1)}{(x-2)^2} = \frac{x^2-4x-5}{(x-2)^2} =$ $= \frac{(x-5)(x+1)}{(x-2)^2}$	**3p** **2p**
b)	$m = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$, $n = \lim\limits_{x\to\infty} (f(x) - mx) = 5$ $y = x + 5$ este ecuația asimptotei oblice spre ∞.	**2p** **2p** **1p**
c)	Funcția f e descrescătoare pe intervalul $(2,5]$ și crescătoare pe intervalul $[5, \infty)$. Punctul x=5 e punct de minim local și $f(x) \geq f(5) = 13$ pentru orice $x \in (2, \infty)$.	**3p** **2p**
2.a)	$\int \frac{f(x)}{e^x}$dx 1= $\int x dx =$ $= \frac{x^2}{2} + c$	**3p** **2p**
b)	Mulțimea primitivelor funcției f este $\int f(x)dx = (x-1)e^x + c$ Atunci $F: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $F(x) = (x-1)e^x + c$, $c \in \mathbb{R}$ este o primitivă a funcției f. Din relația $F(0) = 2022$ se obține $c = 2023$ și $F(x) = (x-1)e^x + 2023$.	**3p** **2p**
c)	Fie $F: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ o primitivă a funcției f. Atunci $F'(x) = f(x)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$ și $F''(x) = f'(x) = (x+1)e^x \geq 0$, pentru orice $x \in [-1, \infty)$, deci F este convexă pe $[-1, \infty)$.	**3p** **2p**