

## Examenul național de bacalaureat 2023

## Proba E. c)

## Matematică M\_tehnologic

## Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

## SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1. Determinați produsul primilor trei termeni ai unei progresii geometrice  $(b_n)_{n \geq 1}$  știind că  $b_1 = 2$  și  $b_2 = 1$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = 2x - 3$ . Determinați numărul real  $a$  pentru care punctul  $A(a + 1, a - 1)$  aparține graficului funcției  $f$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_2 x + \log_2(x - 1) = \log_2 12$ .
- 5p 4. Prețul de vânzare al unui produs este de 280 lei. Acest preț este format din prețul de producție, adaosul comercial și TVA-ul. Știind că adaosul comercial reprezintă 16% din prețul de fabricație, TVA-ul reprezintă 24% din prețul de fabricație, determinați prețul de fabricație al produsului.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1,2)$  și  $B(3,0)$ . Determinați coordonatele simetricului punctului  $A$  față de punctul  $B$ .
- 5p 6. Se consideră triunghiul  $ABC$ . Știind că  $AB = \sqrt{3}$ ,  $m(\widehat{ACB}) = 30^\circ$  și  $m(\widehat{BAC}) = 45^\circ$ , calculați lungimea laturii  $BC$ .

## SUBIECTUL II

(30 puncte)

1. Se consideră matricele  $A(a) = \begin{pmatrix} 1 + 3a & 2a \\ -\frac{9a}{2} & 1 - 3a \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este un număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(A^2(1)) = 1$ .
- 5p b) Să se arate că matricea  $A(a)$  este inversabilă, oricare ar fi  $a \in R$ .
- 5p c) Să se demonstreze că  $A(a) \cdot A(b) = A(a + b)$ , oricare ar fi  $a, b \in R$ .
2. Pe mulțimea numerelor întregi se definește legea de compoziție  $x * y = xy - 5x - 5y + 30$
- 5p a) Demonstrați că  $x * y = (x - 5)(y - 5) + 5$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p b) Arătați că  $e = 6$  este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
- 5p c) Știind că legea de compoziție este asociativă, calculați  $1 * 2 * 3 * \dots * 2022$

## SUBIECTUL III

(30 puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (-2, \infty) \rightarrow R$ ,  $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$ ,  $x \in (-2, \infty)$ .
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Demonstrați că  $f(x) < 1$ , pentru orice  $x \in (-2, \infty)$ .
2. Se consideră funcțiile  $f, g: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = (x + 1)e^x$  și  $g(x) = (x + 2)e^x$ .
- 5p a) Demonstrați că funcția  $f$  este o primitivă a funcției  $g$ .
- 5p b) Determinați valorile reale ale lui  $x$  pentru care primitiva funcției  $g$  este convexă.
- 5p c) Calculați  $\int f(x) \cdot g(x) dx$ .

**Examenul național de bacalaureat 2023**  
**Proba E. c)**  
**Matematică M\_tehnologic**  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Simulare**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	$b_2 = b_1q \Leftrightarrow 2 = 1 \cdot q \Leftrightarrow q = \frac{1}{2}$ $b_3 = b_2q = \frac{1}{2}$ $b_1b_2b_3 = 1$	2p 2p 1p
2.	$f(a+1) = a-1 \Leftrightarrow 2(a+1) - 3 = a-1$ $2a+2-3 = a-1 \Leftrightarrow a=0$	3p 2p
3.	$\log_2 x(x-1) = \log_2 12 \Leftrightarrow x(x-1) = 12$ $x^2 - x - 12 = 0$ cu soluțiile $x_1 = -3$ și $x_2 = 4$ $x = -3$ nu convine și $x = 4$ convine	2p 1p 2p
4.	Notăm $x =$ prețul de fabricație $280 = x + \frac{16}{100}x + \frac{24}{100}x$ Finalizare calcul, $x = 200$ lei	3p 2p
5.	Notăm C simetricul punctului A față de B B mijlocul segmentului [AC] $x_B = \frac{x_A+x_C}{2} \Leftrightarrow 3 = \frac{x_A+x_C}{2}$ , $y_B = \frac{y_A+y_C}{2} \Leftrightarrow 0 = \frac{y_A+y_C}{2}$ $C(5, -2)$	2p 2p 1p
6.	Aplicăm teorema sinusurilor $\frac{BC}{\sin 45^\circ} = \frac{AB}{\sin 30^\circ}$ Finalizare $BC = \sqrt{6}$	3p 2p

**SUBIECTUL II**

(30 de puncte)

1. a)	$\det(A^2(1)) = (\det(A(1)))^2$ Finalizare Obs. Orice altă metodă de rezolvare corectă se punctează	3p 2p
b)	$A(a)$ inversabilă $\Leftrightarrow \det(A(a)) \neq 0$ $\det(A(a)) = (1+3a)(1-3a) + 9a^2 = 1 \neq 0$ , oricare ar fi $a \in R$	2p 3p
c)	$A(a) \cdot A(b) = \begin{pmatrix} 1+3a & 2a \\ -\frac{9a}{2} & 1-3a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1+3b & 2b \\ -\frac{9b}{2} & 1-3b \end{pmatrix}$	2p

Probă scrisă la matematică M\_tehnologic

**Simulare**

Barem de evaluare și de notare

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

	$A(a) \cdot A(b) = \begin{pmatrix} 1 + 3(a+b) & 2(a+b) \\ -\frac{9(a+b)}{2} & 1 - 3(a+b) \end{pmatrix} = A(a+b), \forall a, b \in R$	<b>3p</b>
<b>2. a)</b>	$xy - 5x - 5y + 30 = xy - 5x - 5y + 25 + 5$ $xy - 5x - 5y + 25 + 5 = x(y - 5) - 5(y - 5) + 5 = (x - 5)(y - 5) + 5 = x * y,$ $\forall x, y \in R$ <p>Obs. Orice altă metodă de rezolvare corectă se punctează</p>	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>b)</b>	$x * 6 = (x - 5)(6 - 5) + 5 = x - 5 + 5 = x, \text{ oricare ar fi } x \in R$ $6 * x = (6 - 5)(x - 5) + 5 = x - 5 + 5 = x, \text{ oricare ar fi } x \in R, \text{ deci } e = 6 \text{ este}$ <p>elementul neutru al legii de compoziție „*”</p> <p>Obs. Orice altă metodă de rezolvare corectă se punctează</p>	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$x * 5 = (x - 5)(5 - 5) + 5 = 5, \text{ oricare ar fi } x \in R$ $5 * y = (5 - 5)(y - 5) + 5 = 5, \text{ oricare ar fi } y \in R$ $1 * 2 * 3 * \dots * 2022 = (1 * 2 * 3 * 4) * 5 * (6 * 7 * \dots * 2022) = (x * 5) * y = 5 * y$ $= 5$	<b>2p</b> <b>3p</b>

**SUBIECTUL III**
**(30 de puncte)**

<b>1. a)</b>	$f'(x) = \left( \frac{x+1}{x+2} \right)' = \frac{(x+1)'(x+2) - (x+1)(x+2)'}{(x+2)^2}$ $f'(x) = \frac{1}{(x+2)^2}, x \in (-2, \infty)$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>b)</b>	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x+2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \left(1 + \frac{1}{x}\right)}{x \left(1 + \frac{2}{x}\right)} = 1$ <p><math>y = 1</math> ecuația asimptotei orizontale spre <math>+\infty</math> la graficul funcției <math>f</math></p>	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$f'(x) = \frac{1}{(x+2)^2} > 0, x \in (-2, \infty) \Leftrightarrow \text{funcția } f \text{ este strict crescătoare pe } (-2, \infty)$ $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$ $f(x) < 1, \forall x \in (-2, \infty)$	<b>2p</b> <b>2p</b> <b>1p</b>
<b>2. a)</b>	$f \text{ primitivă a lui } g \text{ dacă } f \text{ derivabilă pe } R \text{ și } f'(x) = g(x), \forall x \in R$ $f'(x) = ((x+1)e^x)' = e^x + (x+1)e^x = (x+2)e^x = g(x), x \in R$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>b)</b>	$f \text{ convexă} \Leftrightarrow f''(x) > 0 \Leftrightarrow g'(x) > 0$ $g'(x) = ((x+2)e^x)' = e^x + (x+2)e^x = (x+3)e^x$ $(x+3)e^x > 0, e^x > 0 \Rightarrow x+3 > 0 \Leftrightarrow x > -3 \Leftrightarrow x \in (-3, \infty)$	<b>1p</b> <b>2p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) \cdot f'(x) dx$ $= \frac{f^2(x)}{2} + C = \frac{(x+1)^2 \cdot e^{2x}}{2} + C$ <p>Obs. Orice altă metodă de rezolvare corectă se punctează</p>	<b>3p</b> <b>2p</b>