

Examenul național de bacalaureat 2023

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1. Arătați că $\sqrt{25} - \left(\frac{1}{2}; 0,5 + 1\right) = 3$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2mx + 3$, unde m este un parametru real. Determinați numărul real m pentru care $f(1) - 2f(2) = 3$.
- 5p 3. Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația $2^{14-3x} = 4^{-2}$.
- 5p 4. După o scumpire cu 10% un obiect costă 198 de lei. Aflați prețul obiectului înainte de scumpire.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,4), B(-1,4)$ și $C(-1, -2)$. Determinați aria triunghiului ABD , unde D este mijlocul segmentului AC .
- 5p 6. Calculați lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A , știind că $AB = 5\text{cm}$ și $m(\sphericalangle B) = 60^\circ$.

SUBIECTUL II

(30 puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 9x - 9y + 90$.

- 5p 1. Arătați că $10 * 1 = 1$.
- 5p 2. Arătați că $x * y = (x - 9)(y - 9) + 9$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 3. Arătați că $e = 10$ este element neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
- 5p 4. Determinați numerele reale x pentru care $(\log_2 x) * x = 9$.
- 5p 5. Determinați numerele naturale n pentru care $n * n \leq 10$.
- 5p 6. Calculați $1 * 2 * 3 * \dots * 9$.

SUBIECTUL III

(30 puncte)

Se consideră matricele $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ -a & -1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- 5p 1. Arătați că $\det(A(10)) = 99$.
- 5p 2. Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $X - A(3) = 2 \cdot I_2$.
- 5p 3. Aflați $n \in \mathbb{N}$ astfel încât $\det(A(n)) = 3n + 3$.
- 5p 4. Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(2) \cdot X = I_2$.
- 5p 5. Arătați că, pentru orice număr real a , are loc relația $A(a) + A(-a) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$.
- 5p 6. Calculați $A(-1011) + A(-1010) + A(-1009) + \dots + A(1011)$.

Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)
Matematică $M_{pedagogic}$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Simulare
Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I
(30 de puncte)

1.	$\sqrt{25} = 5, \frac{1}{2} : 0,5 = 1$ $5 - 2 = 3$	3p 2p
2.	$f(1) = 2m + 3, f(2) = 4m + 3$ $f(1) - 2 \cdot f(2) = -6m - 3$ $m = -1$	2p 2p 1p
3.	$2^{14-3x} = 2^{-4}$ $14 - 3x = -4, x = 6$	3p 2p
4.	$10\% \text{ din } x = \frac{10}{100}x = \frac{1}{10}x$ $x + \frac{x}{10} = 198$ $11x = 1980, x = 180 \text{ lei}$	2p 2p 1p
5.	$A_{\Delta ABD} = \frac{1}{2} A_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AB \cdot BC}{2}$ $A_{\Delta ABD} = 6$	3p 2p
6.	$\sphericalangle C = 30^\circ, AB = \frac{BC}{2}$ $BC = 10 \text{ cm}$	3p 2p

SUBIECTUL II
(30 de puncte)

1.	$10 * 1 = 10 \cdot 1 - 9 \cdot 10 - 9 \cdot 1 + 90$ $= 10 - 90 - 9 + 90 = 1$	3p 2p
2.	$x * y = xy - 9x - 9y + 81 + 9$ $= x(y - 9) - 9(y - 9) + 9$ $= (y - 9)(x - 9) + 9$	2p 2p 1p
3.	$x * 10 = x \cdot 10 - 9x - 9 \cdot 10 + 90 = 10x - 9x - 90 + 90 = x, \forall x \in \mathbb{R}$ $10 * x = 10 \cdot x - 9 \cdot 10 - 9 \cdot x + 90 = 10x - 90 - 9x + 90 = x, \forall x \in \mathbb{R}$ deci $e = 10$ este element neutru al legii „*”	2p 2p 1p
4.	$(\log_2 x) * x = 9 \Leftrightarrow (\log_2 x - 9) \cdot (x - 9) + 9 = 9$ $\log_2 x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = 2^9 = 512 \text{ sau}$ $x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = 9$	2p 1p 1p

 Probă scrisă la matematică $M_{pedagogic}$
Simulare

Barem de evaluare și de notare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

	Deci $x \in \{9,512\}$	1p
5.	$n * n \leq 10 \Leftrightarrow (n - 9)(n - 9) + 9 \leq 10$	2p
	$(n - 9)^2 - 1 \leq 0 \Leftrightarrow (n - 8)(n - 10) \leq 0$	2p
	$n \in \mathbb{N} \Rightarrow n \in \{8,9,10\}$	1p
6.	$x * 9 = 9$ și $9 * y = 9, \forall x, y \in \mathbb{R}$	2p
	legea „*” este asociativă $\Rightarrow (1 * 2 * 3 * \dots * 8) * 9 = 9$	3p

SUBIECTUL III
(30 de puncte)

1.	$\det(A(10)) = \begin{vmatrix} 1 & 10 \\ -10 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1) - (-10) \cdot 10$ $= -1 + 100 = 99$	3p 2p
2.	$X - \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	2p
	$\Leftrightarrow X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$	2p
	$\Leftrightarrow X = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$	1p
3.	$\begin{vmatrix} 1 & n \\ -n & -1 \end{vmatrix} = 3n + 3$	2p
	$\Leftrightarrow n^2 - 3n - 4 = 0$	2p
	soluțiile ecuației sunt $n_1 = -1$ și $n_2 = 4$, dar $n \in \mathbb{N} \Rightarrow n = 4$	1p
4.	Notăm $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, unde a, b, c, d sunt numere reale,	1p
	avem $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2c = 1 \\ -2a - c = 0 \end{cases}$ și $\begin{cases} b + 2d = 0 \\ -2b - d = 1 \end{cases}$	2p
	rezultă $a = -\frac{1}{3}, b = -\frac{2}{3}, c = \frac{2}{3}, d = \frac{1}{3}$, deci $X = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$	2p
5.	$A(a) + A(-a) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ -a & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -a \\ a & -1 \end{pmatrix}$	3p
	$A(a) + A(-a) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ pentru orice număr real a .	2p
6.	$A(-1011) + A(-1010) + A(-1009) + \dots + A(1011) =$ $[A(-1011) + A(1011)] + [A(-1010) + A(1010)] + \dots + [A(-1) + A(1)] + A(0) =$ $1011 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2023 & 0 \\ 0 & -2023 \end{pmatrix}$.	3p 2p