



MINISTERUL EDUCAȚIEI

COLEGIUL NAȚIONAL "MIHAIL SADOVEANU" PAȘCANI

Municipiul Pașcani, Strada Sportului nr. 4, Județul Iași, cod 705200

Telefon / Fax: 0232 762637; contact@liceu.colegiulsadoveanu.ro

CONCURSUL SPERANȚE OLIMPICE, 12 noiembrie 2022

Subiecte

Clasa a VII a

I.

1. Fie mulțimea $A = \left\{ \frac{2031}{10}, \frac{2032}{11}, \frac{2033}{12}, \dots \right\}$

Determinați $\text{card}(A \cap \mathbb{N})$.

2. Fie n numere raționale $0 < x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_n$

Știind că $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = a$ și $\frac{1}{x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_n} + \frac{2}{x_1 + x_3 + x_4 + \dots + x_n} + \dots + \frac{n}{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{n-1}} = b$

Calculați

$$S = \frac{x_1}{x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_n} + \frac{2x_2}{x_1 + x_3 + x_4 + \dots + x_n} + \dots + \frac{nx_n}{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{n-1}}$$

II.

1. Determinați numerele întregi a, b, c pentru care $\frac{a+1}{3} = \frac{b+2}{4} = \frac{5}{c+3}$.
2. Determinați numerele întregi nenule x și y pentru care $x^2 + y^2$ are cea mai mică valoare și $xy + x + y + 1 < 0$.

III.

1. Arătați că, oricare ar fi, numerele a, b, c reprezentând lungimile laturilor unui triunghi, are loc înegalitatea $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} < \frac{6}{a+b+c}$.
2. Fie patrulaterul convex $ABCD$ cu $AB > CD$, AC – bisectoarea $\sphericalangle A$, BD – bisectoarea $\sphericalangle B$ și $AB = AD + BC$. Aflați măsura unghiului format de dreptele AD și BC .

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este punctat cu 7 puncte.

Timp de lucru : 2h