



# Colegiul Național „Liviu Rebreanu” - Bistrița

Str. B-dul Republicii Nr. 8 Cod 420057

Tel./Fax: .0363-100438

Web: [www.cnlr.ro](http://www.cnlr.ro), e-mail: rebreanu@cnlr.ro

## CONCURSUL INTERJUDEȚEAN „MATEMATICA, DE DRAG”

Ediția a XV-a, Bistrița 18-20 noiembrie 2022

### CLASA a VIII-a

#### Problema 1.

a) Fie  $n \geq 2$  un număr natural și  $x$  un număr real nenul astfel încât

$\frac{x^2+1}{x} = \sqrt{2n+1}$ . Demonstrați că  $\frac{x^4+(n+1)x^2+1}{x^2}$  este un număr natural, divizibil cu 3.

b) Dacă  $x, y$  și  $z$  sunt numere reale pozitive și  $x + y + z = 4$ , arătați că

$$\frac{x}{x+2} + \frac{y}{y+2} + \frac{z}{z+2} \leq \frac{5}{4}$$

#### Problema 2.

O piramidă  $SABCD$  are baza un paralelogram. Pe segmentele  $SB, SC$  și  $SD$  luăm punctele  $M, N$ , respectiv  $P$  astfel încât  $SM = 2MB, SN = NC$  și  $SP = 2PD$ . Arătați că punctele  $A, M, N, P$  sunt coplanare.

*Gazeta Matematică*

#### Problema 3.

Fie mulțimea de numere reale  $A = \{1 + 4\sqrt{2}, 2 + 4\sqrt{2}, 3 + 4\sqrt{2}, \dots, 10 + 4\sqrt{2}\}$ .

Stabiliți dacă există două submulțimi  $B$  și  $C$  disjuncte ale mulțimii  $A$ , care să satisfacă condițiile:

a)  $B$  are opt elemente și  $C$  are două elemente.

b) produsul elementelor submulțimii  $C$  este egal cu suma elementelor submulțimii  $B$ .

Notă:

- Fiecare problemă rezolvată complet și corect, este evaluată cu 7 puncte.
- Timpul acordat rezolvării și redactării soluțiilor este de 3 ore.