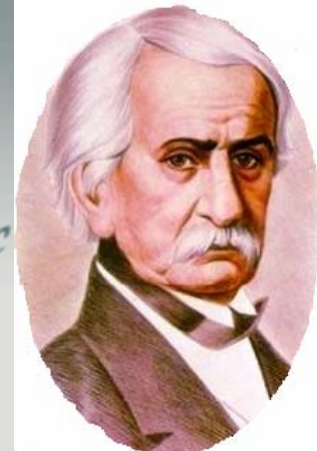


*G.A.*  
Colegiul Tehnic  
Gh. Asachi  
Iasi



# Integrarea noilor tehnologii informaționale și de comunicare la disciplina matematică



**Prof. Anton Carmen-Daniela**

**COLEGIUL TEHNIC "GH. ASACHI", IAȘI**

Copou, Str. Sărăriei, Nr. 189, Iași, Jud. Iași

E-mail: [secretariat\\_asachi@yahoo.com](mailto:secretariat_asachi@yahoo.com)

Tel/Fax: 0232-275980, Secretariat :0232275980

# Introducere

Matematica nu este o colecție nesfârșită de noțiuni și rezultate expuse succesiv ci este, mai degrabă, un arsenal de metode, oferind totodată un limbaj riguros și în același timp flexibil pentru descrierea rezultatelor cunoașterii. Progresul științific, economic, al civilizației umane în genere este imposibil fără aportul matematicii, iată de ce învățarea acestei materii la școală asigură dezvoltare puternică pe termen mediu și lung.

Cum Analiza matematică face parte și ea din întreg, ea generează, creează, rezolvă și argumentează necesitatea studiului interdisciplinar.

Determinarea unor optimuri situaționale, prin aplicarea calculului diferențial, în probleme practice sau specifice unor domenii de activitate. Studiul funcțiilor în general, al funcțiilor continue, derivabile în special, necesită dezvoltarea unor competențe generale și specifice reflectate în:

- Identificarea grafic / vizual, a proprietăților unei funcții numerice, privind: mărginirea, continuitatea, tendința asimptotică, derivabilitatea.
- Asocierea de date, extrase dintr-o situație problemă, cu proprietăți ale funcțiilor numerice studiate, de tipul: teoreme de convergență, operații cu limite, limite tip, tabele de derivare.
- Aplicarea unor algoritmi specifici calculului diferențial, în rezolvarea unor probleme și modelarea unor procese specifice unor domenii de activitate.
- Exprimarea în limbajul analizei matematice, a unor teoreme concrete, modelabile prin funcții numerice.
- Interpretarea, pe baza lecturii grafice, a proprietăților unor funcții, care reprezintă exemple din domeniul economic, social, științific.
- Verificarea experimentală a rezultatelor, deduse prin calcul, pentru probleme practice exprimabile matematic.

# *Resurse software necesare implementării competențelor NTIC în curriculumul național al disciplinei matematică*

**Legea educației naționale adoptată în ianuarie 2011** stabilește faptul că, în țara noastră, **curriculumul național** pentru învățământul primar, gimnazial și liceal se axează pe *8 domenii de competențe-cheie* care determină profilul de formare a elevului. Printre cele opt competențe cheie regăsim atât **competențele de bază de matematică, științe și tehnologie**, cât și **competențele de utilizare a tehnologiei informației ca instrument de învățare și cunoaștere**.

În Cadrul Comun European, **competențele informatice** presupun utilizarea critică și sigură a noilor tehnologii, atât în timpul orelor de program, cât și în timpul liber, pentru a comunica. Competențele de bază T.I.C. (Tehnologia Informației și a Comunicațiilor) implică folosirea computerului pentru obținerea, păstrarea, evaluarea, stocarea și recuperarea informațiilor, precum și pentru prezentarea și schimbul de informații, prin intermediul internetului și a altor mijloace moderne.

*Integrarea noilor tehnologii la disciplina matematică este esențială* deoarece dezvoltă capacitatea de a utiliza resursele (calculatoare, software de simulare, Internet) pentru activități de colaborare și învățare la distanță, pentru crearea de noi resurse necesare învățării.

Utilizarea internetului și a tehnologiilor moderne reprezintă una din cele mai complexe forme de integrare a educației informale în educația formală.

Contribuind la eficiența studiului matematicii, utilizarea **NTIC în procesul de predare-învățare-evaluare** realizează diversificarea strategiilor didactice, permițând elevului accesul la informații structurate variat, prezentate în diferite modalități de vizualizare.

# *Utilizarea aplicației Geogebra în trasarea graficului unei funcții*

Scopul acestei prezentări este de a realiza reprezentarea grafică a unei funcții  $f: D \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , ceea ce vom numi, într-o formulare uzuală, trasarea graficului funcției  $f$  sau desenarea graficului funcției într-un reper cartezian  $xOy$  ales.

Cu noțiunile discutate la derivate și la proprietățile acestora, suntem în măsură să realizăm **reprezentarea grafică a funcțiilor**, care ne ajută să înțelegem mai bine comportarea funcțiilor respective.

*Studiul funcțiilor*, trasarea graficului unei funcții este un mijloc extrem de util pentru a ilustra proprietățile ei locale și globale. Utilizând în mod esențial noțiunea de derivată, știm să indicăm deja anumite puncte importante ale graficelor (puncte de extrem, intersecții cu axele etc.), intervalele de monotonie, anumite drepte remarcabile (asimptote, semitangente etc.). O dată determinate aceste elemente, ele pot fi figurate pe sistemul fixat de axe și permit redarea aproximativă a graficului funcției considerate.

Pentru a reprezenta mai sistematic modul de lucru în trasarea graficului unei funcții (notată  $f$ ), se obișnuiește parcurgerea unor etape în cadrul cărora se stabilesc diferite elemente utile.

# Trasarea graficului unei funcții

Reprezentați grafic funcția următoare  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 - 3x + 2$

## I. Domeniul de definiție al funcției; paritate, imparitate, periodicitate

$D = \mathbb{R}$ . Funcția nu este nici pară, nici impară, nici periodică.

**Intersecția cu axa  $O_y$**   $x = 0 \Rightarrow f(0) = 2 \Rightarrow (2, 0)$  punctul de intersecție cu axa  $O_y$

**Intersecția cu axa  $O_x$**   $f(x) = 0 \Rightarrow x^3 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = 0, x_3 = -2 \Rightarrow (1; 0)$  și  $(-2; 0)$   
punctele de intersecție cu axa  $O_x$ .

$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow$  funcția nu admite asimptote orizontale.

**II. Derivata de ordinul întâi:**  $f'(x) = 3x^2 - 3$ ;  $f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 1$

**III. Derivata de ordinul al doilea:**  $f''(x) = 6x$ ;  $f''(x) = 0 \Rightarrow 6x = 0 \Rightarrow x = 0$

## IV. Asimptote

Deoarece  $D = \mathbb{R} \Rightarrow f$  nu are asimptote verticale.

Cercetăm existența asimptotelor oblice.

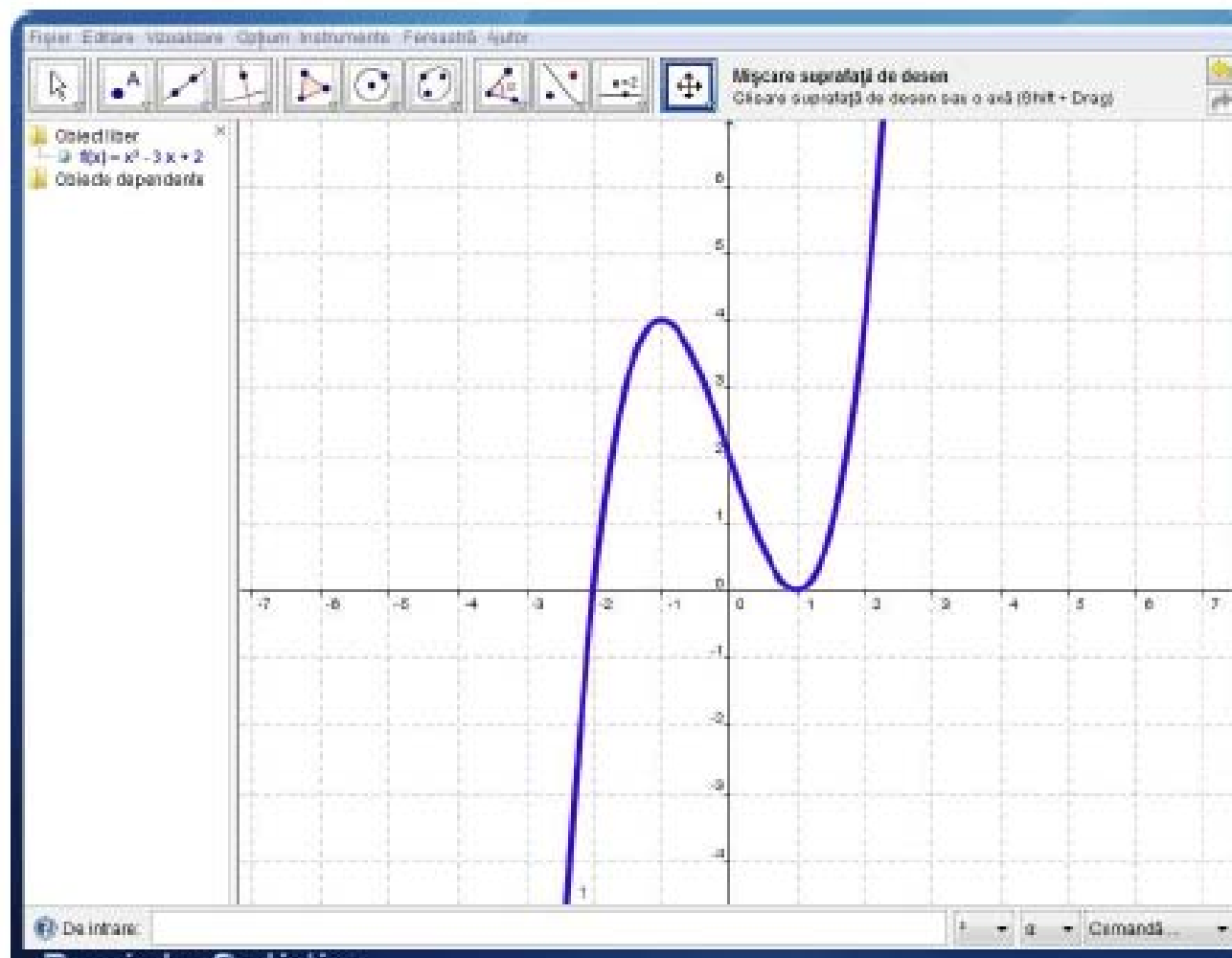
Calculăm:  $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x + 2}{x} = \infty$        $m = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 3x + 2}{x} = -\infty$

Așadar, funcția  $f$  nu are nici asimptote oblice.

## V. Tabloul de variație

$x$	$-\infty$	-2	-1	0	1	$\infty$
$f'(x)$	+++++	+++++	0	-----	0	+++++
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$
$f''(x)$	-----	-----	-----	0	+++++	+++++

## VI. Trasarea graficului



# Rezolvarea ecuațiilor cu metoda grafică cu ajutorul programului Geogebra

Să se afle numărul rădăcinilor reale ale ecuației  $\frac{x+1}{x-1} - \ln x = 0$ .

Considerăm funcțiile  $f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$  și  $g: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \ln x$

Abscisele punctelor de intersecție ale diagramelor graficelor celor două funcții vor fi soluțiile ecuației date.

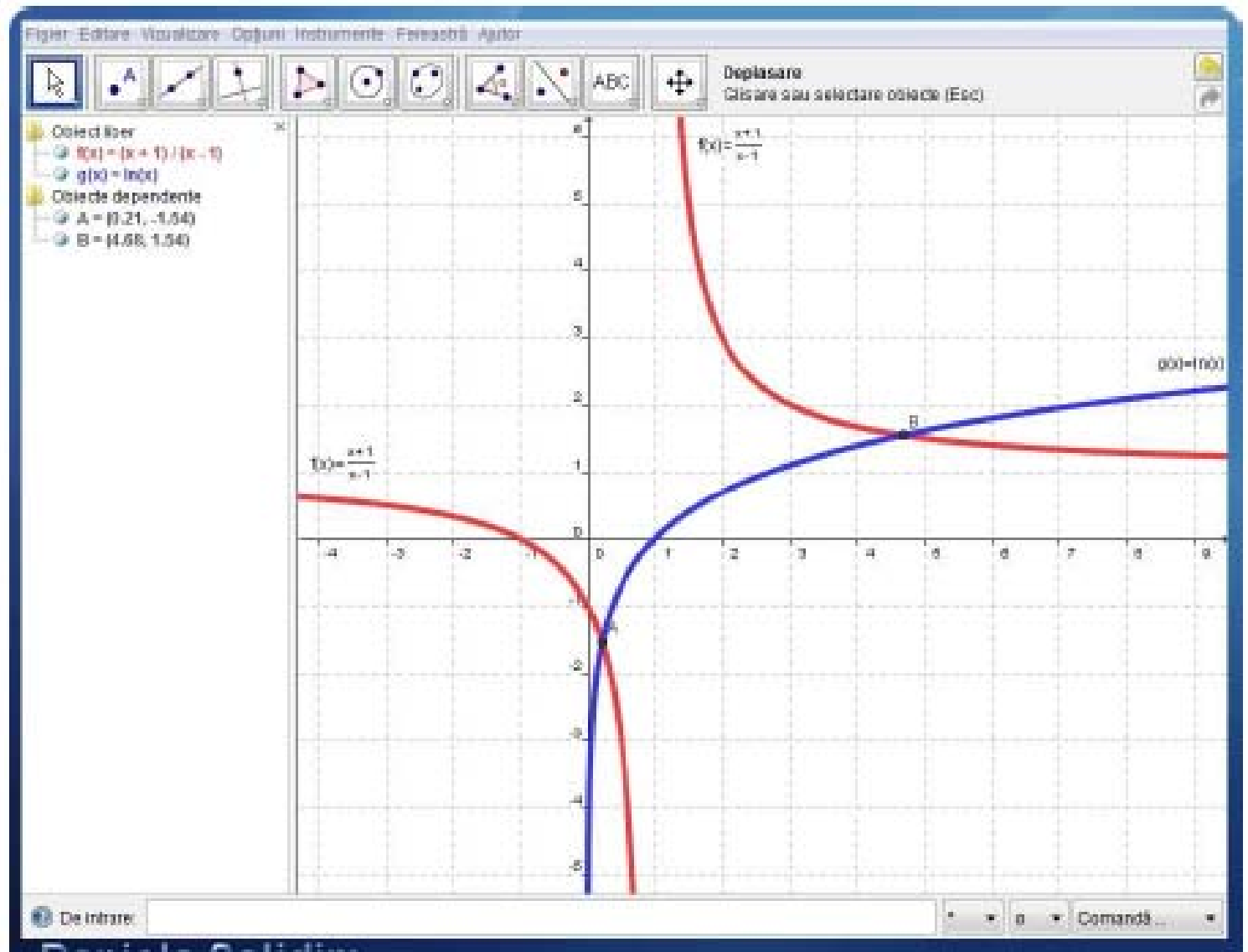
Alcătuim tabelul de variație pentru funcția  $f$ .

Din  $f(x) = 0$  rezultă  $x = -1$ ;  $f(0) = -1$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 \quad f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2} \quad \lim_{x \uparrow 1} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \downarrow 1} f(x) = +\infty$$

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$\infty$
$f'(x)$	-----				-----
$f(x)$	$1 \searrow \searrow \searrow$	$0 \searrow \searrow \searrow$	$-1 \searrow \searrow \searrow$	$-\infty$	$\infty \searrow \searrow \searrow$
	$1$	$0$	$-1$	$-\infty$	$1$

Prin trasarea graficului funcției cu ajutorul programului se obține:



Din grafic se observă că ecuația are două rădăcini reale  $x_1, x_2$ , cu  $0 < x_1 < 1$  și  $x_2 > 1$ .



## Discutarea în funcție de un parametru a numărului rădăcinilor reale ale unei ecuații

Să se discute, în funcție de parametrul real  $m$ , rădăcinile ecuației  $x^3 - m x^2 + m = 0$ .

Separăm parametrul  $m$  și obținem  $m = \frac{x^3}{x^2 - 1}$ ,  $x \neq \{-1, 1\}$ .

Am putut împărți prin  $x^2 - 1$  deoarece  $x = -1$  și  $x = 1$  nu sunt rădăcini ale ecuației.

Considerăm funcțiile  $f: \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = m$ .

Abscisele punctelor de intersecție ale diagramelor graficelor celor două funcții sunt rădăcinile ecuației date. Diagrama graficului funcției  $g$  este un fascicul de drepte paralele cu axa  $Ox$ . Alcătuim tabelul de variație al funcției  $f$ .

Din  $f(x) = 0$  rezultă  $x = 0$ .  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$   $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$   $f'(x) = \frac{x^2(x^2 - 3)}{(x^2 - 1)^2}$

Din  $f'(x) = 0$  rezultă  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = -\sqrt{3}$  și  $x_3 = \sqrt{3}$

Avem:  $\lim_{x \uparrow 1} f(x) = -\infty$   $\lim_{x \uparrow -1} f(x) = -\infty$   $\lim_{x \downarrow 1} f(x) = +\infty$   $\lim_{x \downarrow -1} f(x) = +\infty$

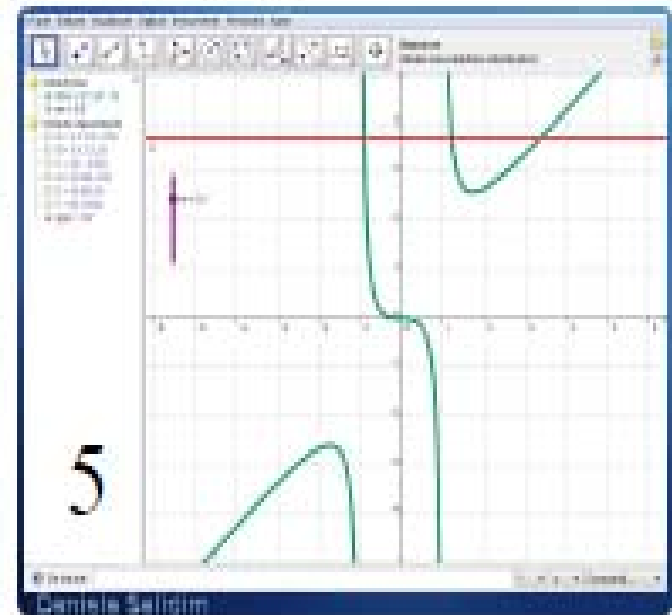
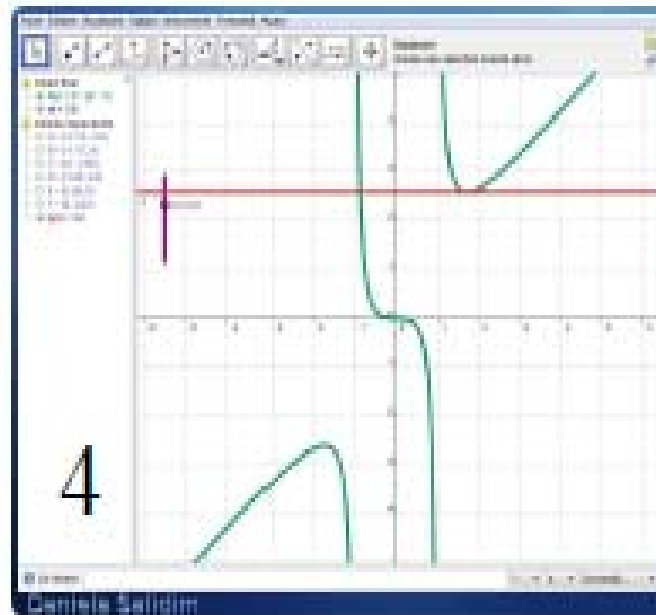
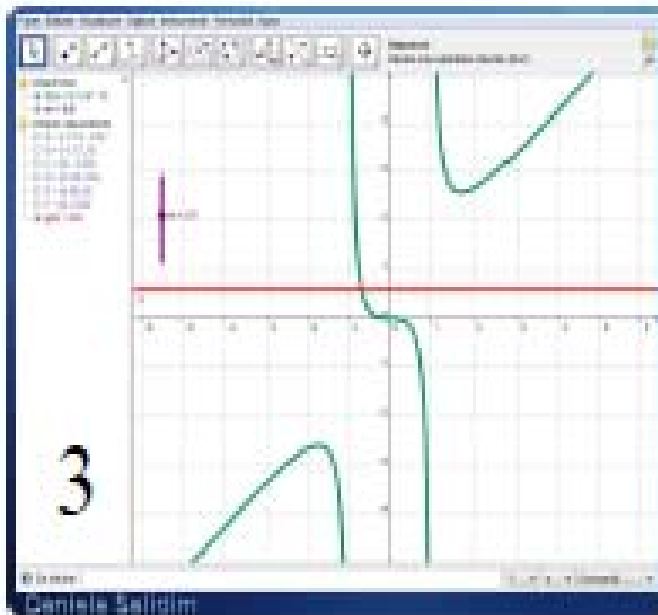
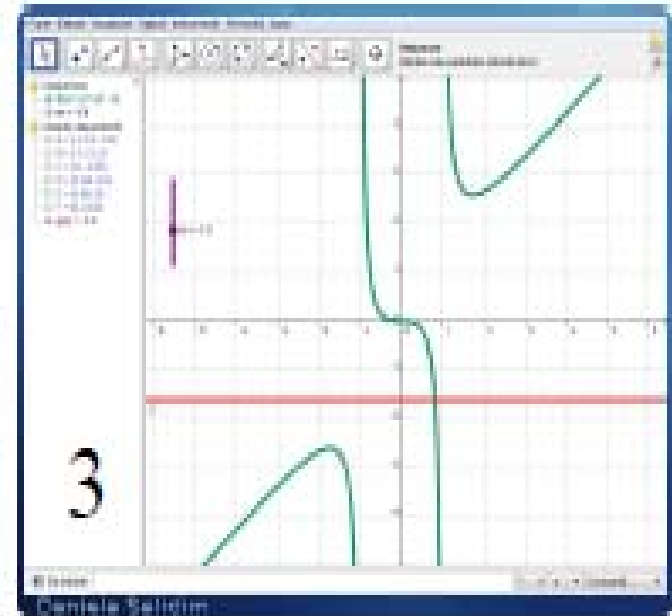
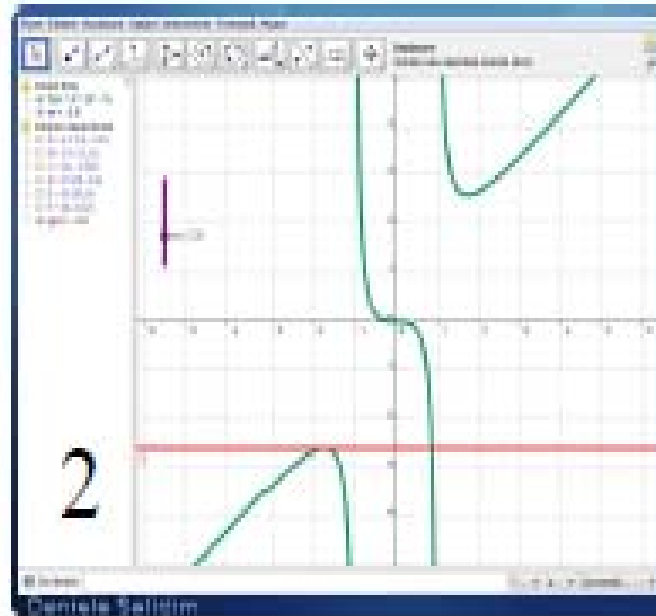
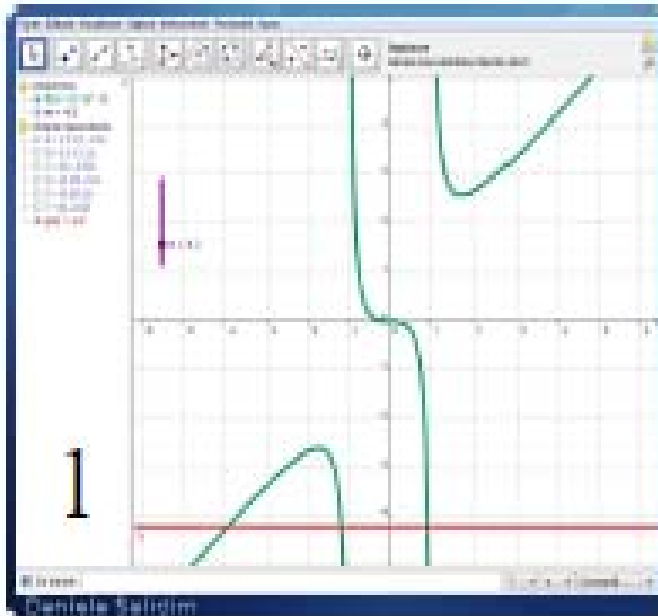
$$f(-\sqrt{3}) = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \quad f(\sqrt{3}) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$x$	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	$-1$	$0$	$1$	$-\sqrt{3}$	$\infty$
$f'(x)$	++++++ 0 ++++++		----- 0 -----			++++++ 0 ++++++	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow \nearrow -\frac{3\sqrt{3}}{2}$	$\searrow \searrow -\infty$	$\infty$	$\searrow \searrow \searrow 0$	$\searrow \searrow \searrow -\infty$	$\infty$
						$\frac{3\sqrt{3}}{2}$	$\nearrow \nearrow \nearrow \infty$

$y=x$  este asimptotă oblică

1. Dacă  $m \in \left(-\infty; -\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$  ecuația are 3 rădăcini reale distincte:  $x_1 \in (-\infty; -\sqrt{3})$ ,  $x_2 \in (-\sqrt{3}, -1)$ ,  $x_3 \in (0, 1)$ .
2. Dacă  $m = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$  ecuația are rădăcinile  $x_1 = x_2 = -\sqrt{3}$  și  $x_3 \in (0, 1)$ .
3. Dacă  $m \in \left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}; \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$  ecuația are o rădăcină reală  $x_1 \in (-1, 1)$ .
4. Dacă  $m = \frac{3\sqrt{3}}{2}$  ecuația are rădăcinile  $x_1 = x_2 = \sqrt{3}$  și  $x_3 \in (-1, 0)$ .
5. Dacă  $m \in \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}; +\infty\right)$  ecuația are 3 rădăcini reale distincte:  $x_1 \in (-1, 0)$ ,  $x_2 \in (1, \sqrt{3})$ ,  $x_3 \in (\sqrt{3}, \infty)$

În urma introducerii datelor se vor obține următoarele situații cu ajutorul programului:



# *DeadLine - o abordare intuitiva asupra analizei matematice de liceu*

*Este un Soft educational gratuit util pentru elevii de liceu*

- Afișarea primelor două derivate
- Desenează grafice de funcții
- Noi formate grafice în care se poate salva graficul unei funcții
- Rezolvarea ecuațiilor grafic și numeric în linia de comandă
- Selectarea rădăcinilor
- Integrarea numerică
- Găsirea extremelor locale
- Vizualizarea punctelelor în care este evaluată funcția
- Rezolvarea ecuațiilor cu parametri, etc.
- Hașurarea zonei în care se integrează funcția

*DeadLine este un program util ca suport educațional, oferind informații despre numărul de rădăcini reale ale unei ecuații și o aproximare precisă a acestora.*

**DeadLine** afișează graficul funcției și lista rădăcinilor ecuației.

Programul include opțiuni de evaluare a funcției și a primelor două derivate.

Se poate salva rezultatele furnizate de **DeadLine**, pentru a le folosi în diferite proiecte. Modul de abordare intuitiv permite o înțelegere rapidă a conceptelor de analiză matematică.

## Evaluează funcții

Se poate evalua o funcție și primele două derivate cu mare acuratețe, chiar și pentru expresii complicate.

*Deadline* recunoaște cele mai importante funcții trigonometrice (sinus, cosinus, tangenta), trigonometrice inverse (arcsinus, arccosinus, arctangenta), hiperbolice (sinus hiperbolic, cosinus hiperbolic, tangenta hiperbolica), hiperbolice inverse, logaritmul natural, funcțiile exponențiale, rădăcina pătrată, modulul.

## Desenează grafice

Cu *Deadline* se poate desena graficul funcțiilor pe un interval, care poate fi modificat făcând zoom, prin deplasarea într-o anumită direcție sau prin definirea explicită a intervalului.

## Derivează funcții

Calculează prima și a doua derivată a unei funcții. Acestea sunt utile în stabilirea monotoniei, convexității și în găsirea punctelor de extrem și de inflexiune.

*Deadline* găsește punctele de extrem local (punctele de minim și maxim local), care se pot folosi în rezolvarea unor probleme de optimizare.

## Integrează numeric funcții

***DeadLine*** găsește integralele funcțiilor, având posibilitatea de a rezolva probleme interesante de arii, probabilități sau probleme fizică.

## Rezolvă ecuații algebrice

Cu ***DeadLine*** se poate rezolva aproape orice tip de ecuație, inclusiv ecuații algebrice, trigonometrice sau exponențiale. Rădăcinile găsite sunt introduse într-o lista, pentru a le putea localiza pe grafic cu ușurință.

## Salvarea rezultatelor

Se pot salva rădăcinile ecuației, graficul și extremele funcției pentru a le folosi ulterior în alte documente. **Graficele pot fi exportate în patru formate: GIF, PNG, BMP și TIFF** sau pot fi copiate în clipboard, pentru a le putea însera într-un document (de exemplu, un document Microsoft Word).

## Oferă ajutor contextual

Se poate folosi ajutorul contextual inclus în acest soft educațional dacă apar nelămuriri în ceea ce privește folosirea programului. Aici, se găsește sfaturi utile și răspunsuri la întrebările puse frecvent despre ***DeadLine***.

*Utilizarea aplicației Graf  
în trasarea graficului unei funcții de gradul al II-lea  
sau în rezolvarea  
sistemelor de două ecuații de gradul I sau II cu două necunoscute*

*Permite rezolvarea unei ecuații de gradul I cu două necunoscute,  
respectiv a unei ecuații de gradul al doilea sau a sistemelor de două  
ecuații prin metodă grafică*

*Reprezentarea grafică a unei funcții de gradul întâi și a unei funcții de gradul al doilea în același sistem de coordonate  $xOy$  ne permite să introducem atât noțiunea de sisteme de ecuații formate dintr-o ecuație de gradul întâi și una de gradul al doilea cât și interpretarea geometrică a soluției / soluțiilor (dacă există) a acestor tipuri de sisteme.*

*În urma reprezentării grafice a unor funcții se obțin fișiere cu extensia .grf sau jpg. sau .png*

Sisteme formate dintr-o ecuație de gradul întâi și una de gradul al doilea, sistemul de forma:

$$\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases} \quad \text{cu } a, b, c, m, n \in \mathbb{R}, a \neq 0.$$

## Interpretarea geometrică

Notăm cu  $(S_1)$  - mulțimea soluțiilor ecuației  $mx + n = y$ . Aceasta reprezintă în planul de coordonate  $xOy$ , o dreaptă (dreapta (d)), mai precis, reprezintă graficul funcției de gradul I,  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = mx + n$ .

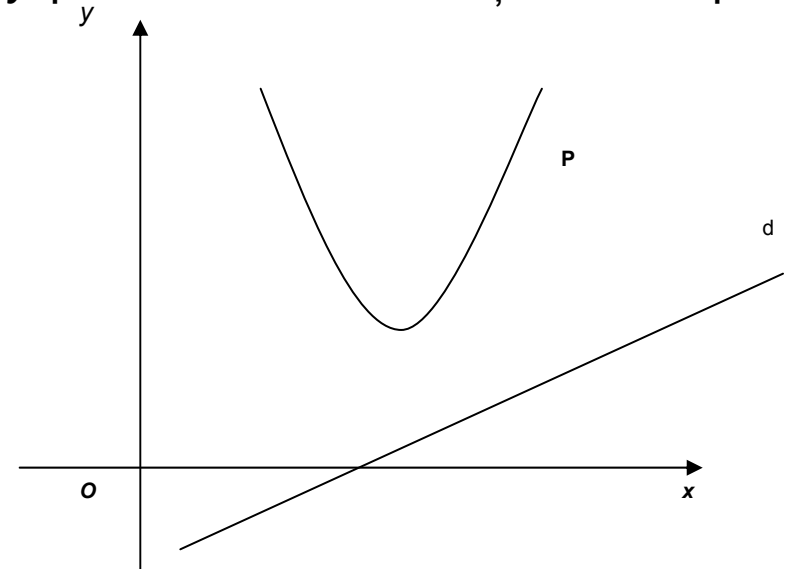
Notăm cu  $(S_2)$  - mulțimea soluțiilor ecuației  $ax^2 + bx + c = y$ . Aceasta reprezintă în planul  $xOy$  graficul funcției de gradul al II-lea  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = ax^2 + bx + c$ , care este o parabolă (P).

În aceste condiții, mulțimea soluțiilor sistemului (S) este egală cu  $S = S_1 \cap S_2$ . Deci soluțiile sistemului (S) (dacă există) reprezintă în planul  $xOy$  punctele de intersecție ale dreptei (d) cu parabola (P)

Se disting cazurile:

**Caz 1.** Sistemul (S) nu are nici o soluție dacă dreapta (d) nu intersectează parabola (P).

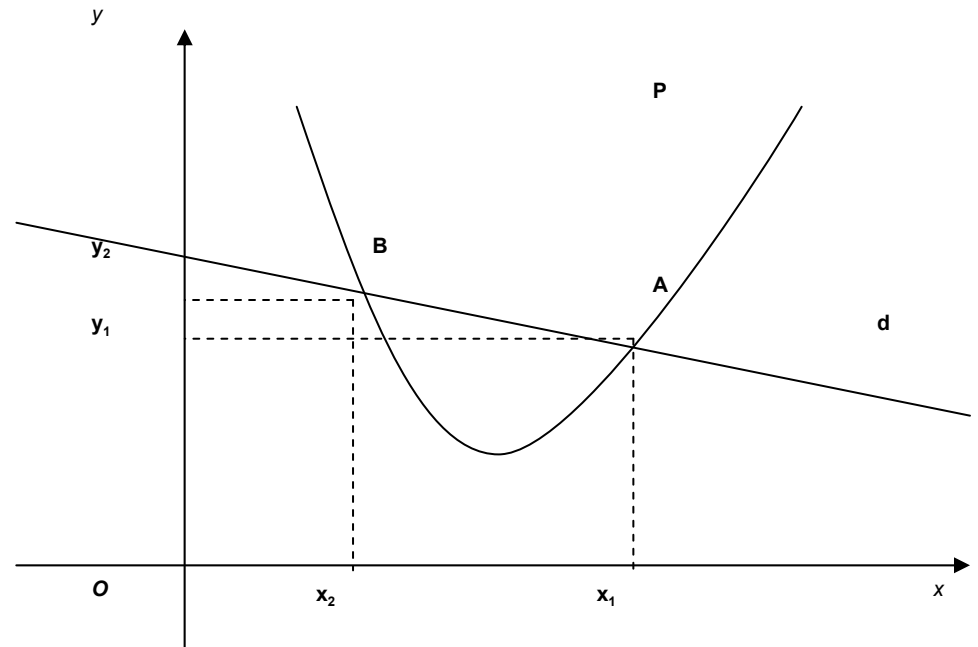
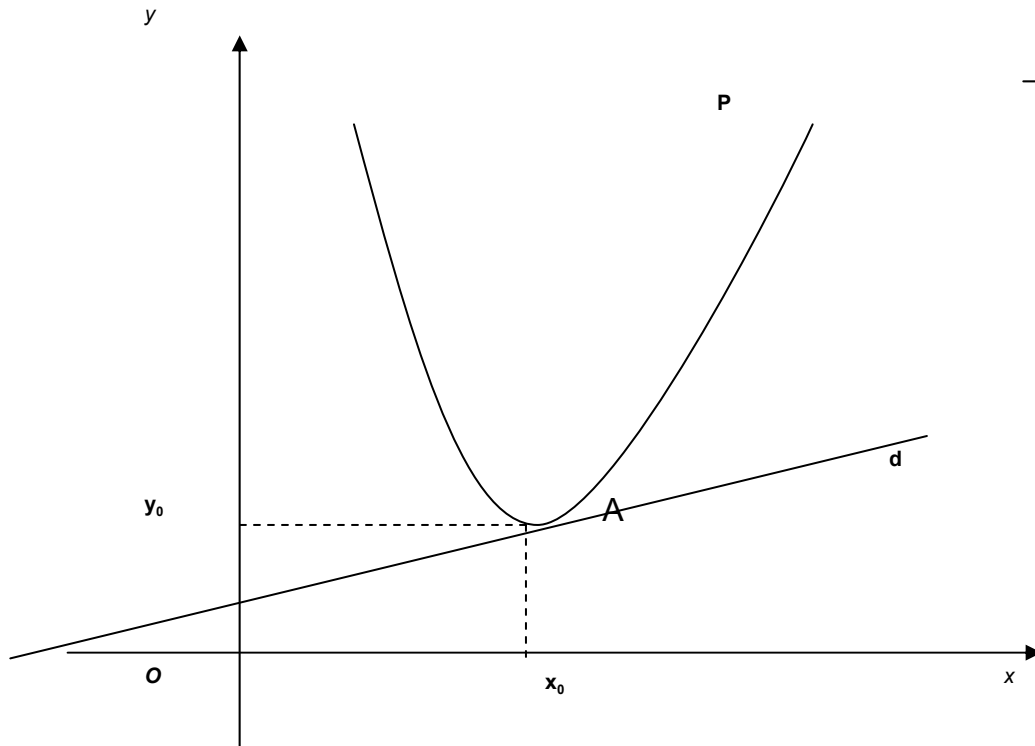
$$(d) \cap (P) = \emptyset.$$





**Caz 2.** Sistemul (S) are o unică soluție reală dacă dreapta (d) intersectează parabola (P) într-un singur punct.

$$(d) \cap (P) = \{A(x_0, y_0)\}$$



**Caz 3.** Sistemul (S) are două soluții reale distincte dacă dreapta (d) intersectează parabola (P) în două puncte distincte.

$$(d) \cap (P) = \{A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)\}$$

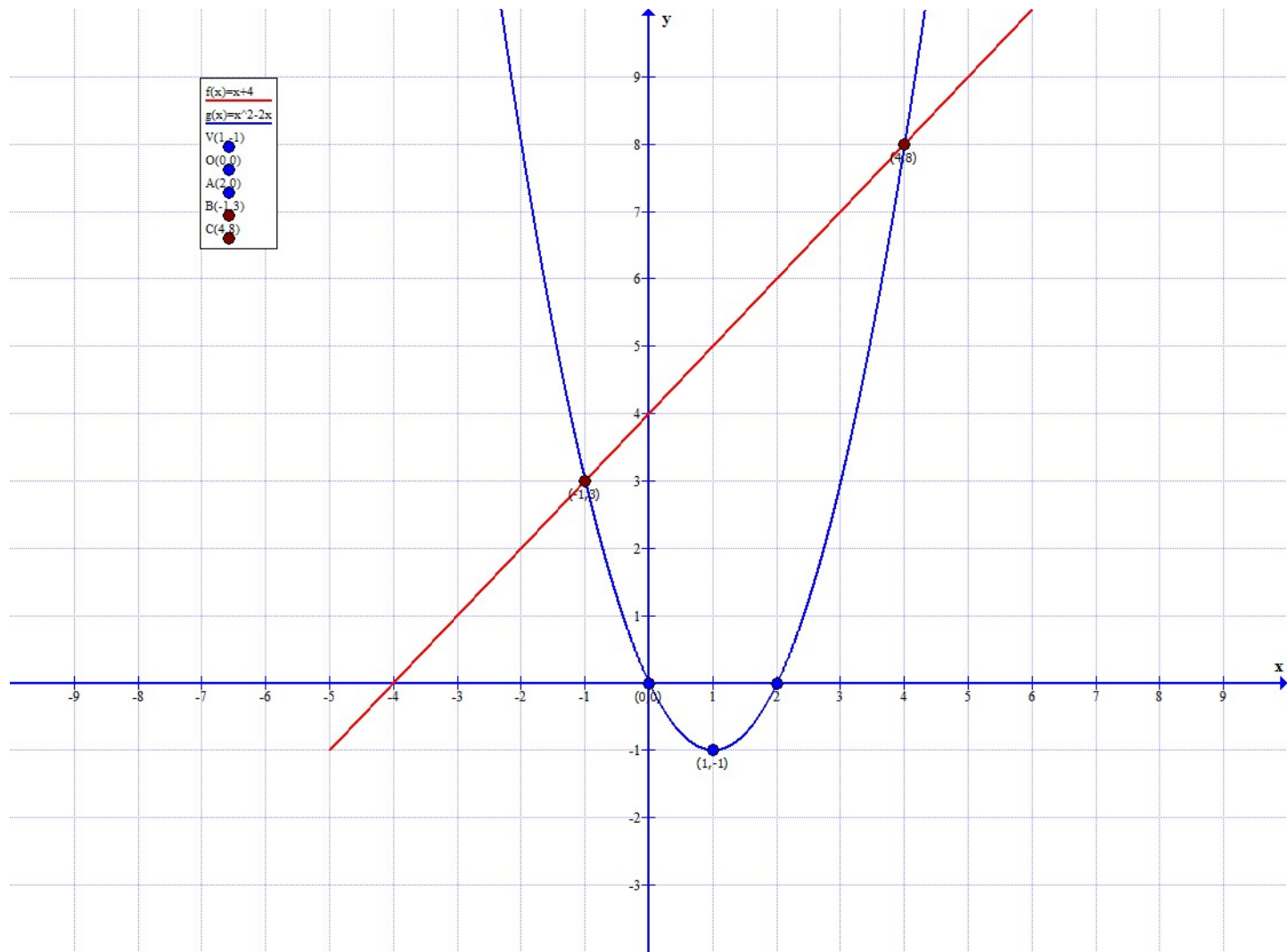
**EX 1**

Interpretați geometric soluțiile obținute în urma rezolvării sistemului  $(S_1)$  
$$\begin{cases} y = x + 4 \\ y = x^2 - 2x \end{cases}$$

Prima ecuație reprezintă funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 4$ , care are graficul reprezentat prin dreapta  $d$

A doua ecuație reprezintă funcția  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x^2 - 2x$ , care are graficul reprezentat prin parabola  $P$  (figura 1).

*Se observă că dreapta ( $d$ ) și parabola ( $P$ ) se intersectează în punctele  $B(-1, 3)$ , respectiv  $C(4, 8)$ , puncte care reprezintă soluțiile sistemului  $(S_1)$ .*



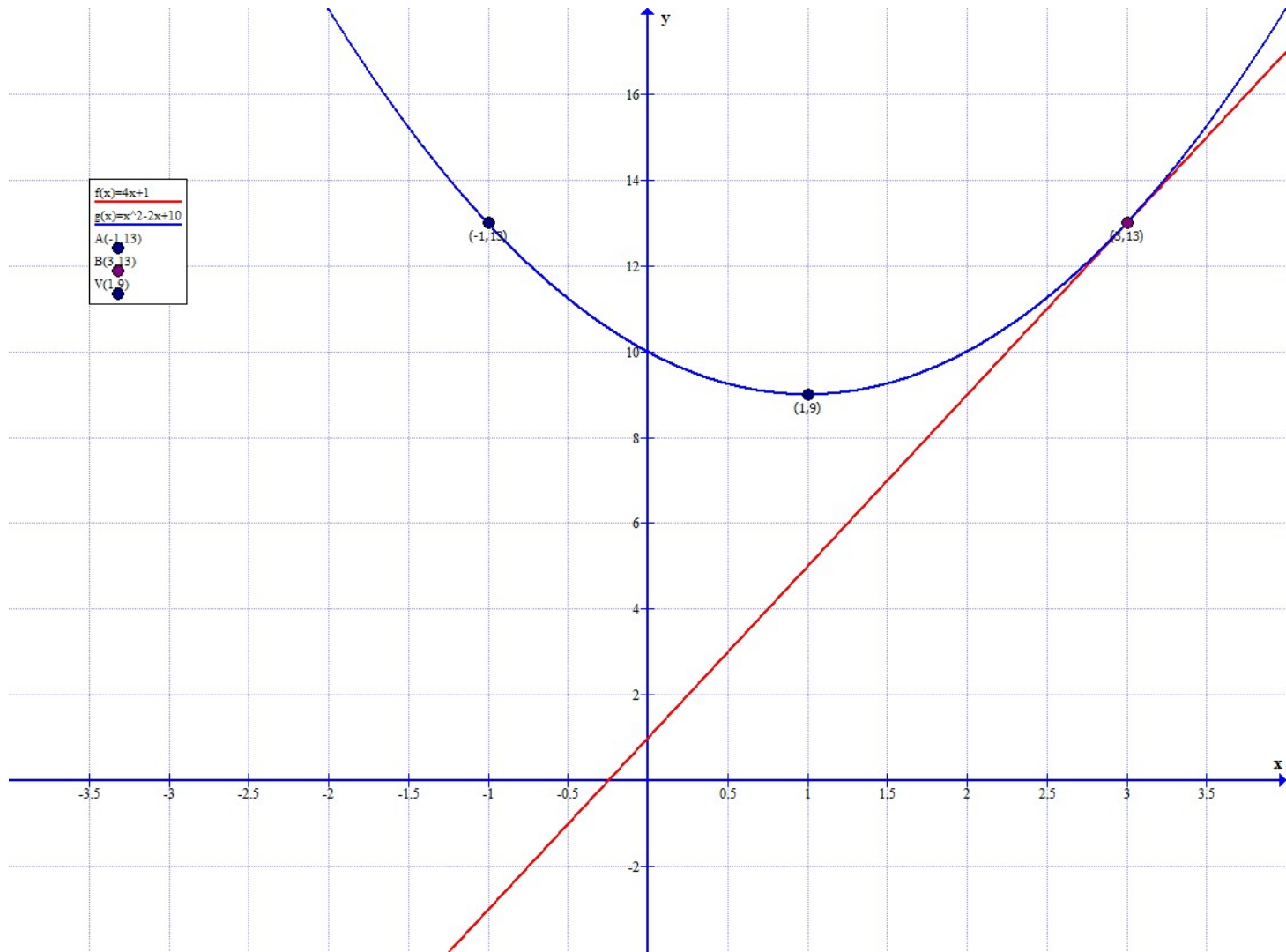
# Ex 2

Interpretați geometric soluțiile obținute în urma rezolvării sistemului ( $S_2$ ) 
$$\begin{cases} y = 4x + 1 \\ x^2 - 2x + 10 = y \end{cases}$$

Prima ecuație reprezintă funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 4x + 1$ , care are graficul reprezentat prin dreapta  $d$

A doua ecuație reprezintă funcția  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x^2 - 2x + 10$ , care are graficul reprezentat prin parabola  $P$  (figura 2).

*Se observă că dreapta ( $d$ ) și parabola ( $P$ ) se intersectează în punctul  $B(3, 13)$  care reprezintă soluția sistemului ( $S_2$ ).*

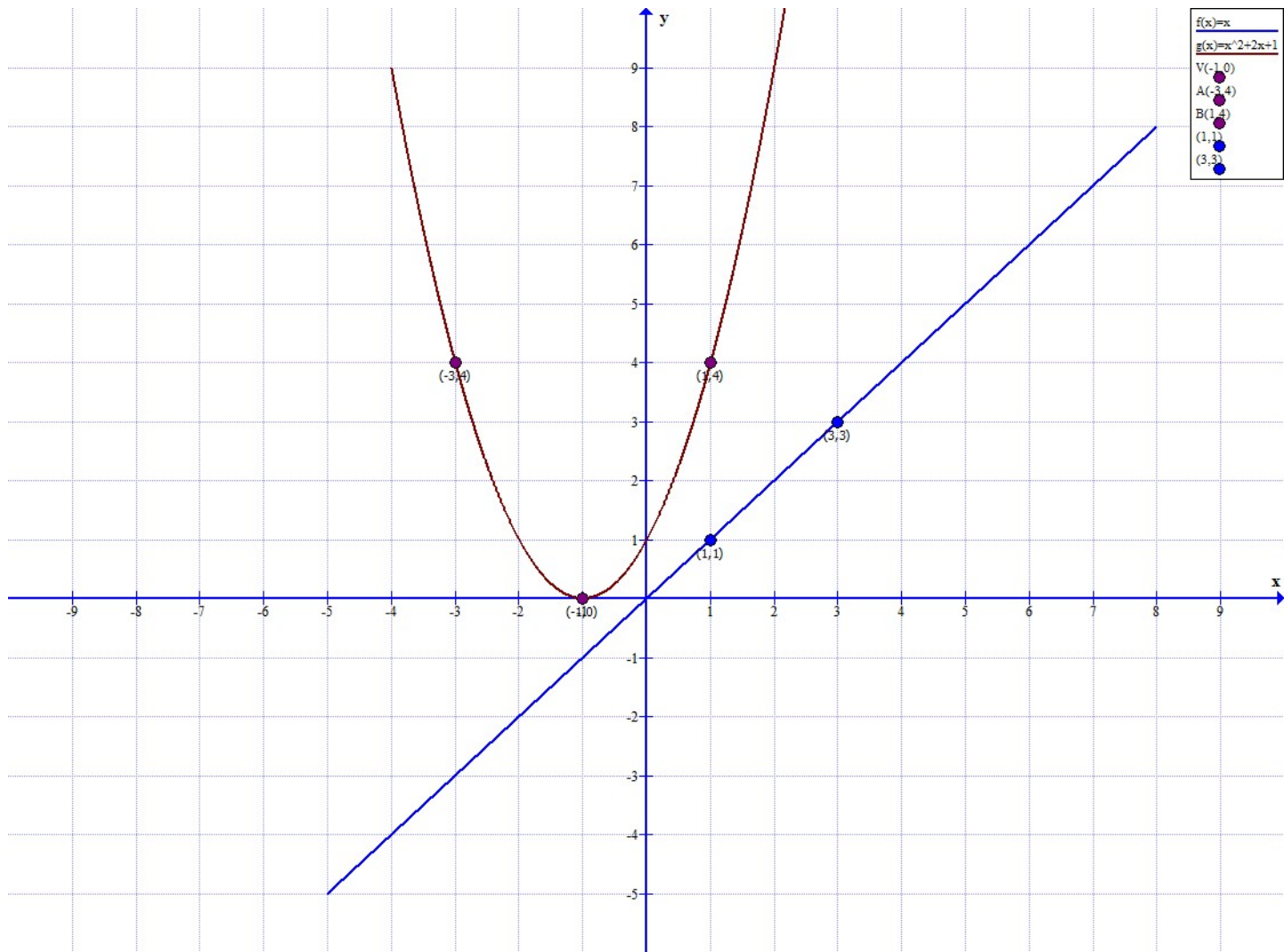


Interpretați geometric soluțiile obținute în urma rezolvării sistemului ( $S_3$ )  $\begin{cases} y = x \\ x^2 + 2x + 1 = y \end{cases}$

Prima ecuație reprezintă funcția  $f:R \rightarrow R$ ,  $f(x) = x$ , care are graficul reprezentat prin dreapta  $d$

A doua ecuație reprezintă funcția  $g:R \rightarrow R$ ,  $g(x) = x^2 - 5x + 4$ , care are graficul reprezentat prin parabola  $P$  (figura 3).

*Se observă că dreapta ( $d$ ) și parabola ( $P$ ) nu se intersectează în nici un punct, deci sistemul ( $S_3$ ) nu are soluție.*



# Utilizarea aplicației Graf

în trasarea graficului Funcției logaritmice. Ecuații și inecuații logaritmice

*Permite trasarea graficului unei funcții logaritmice, respectiv  
rezolvarea unei ecuații / inecuații logaritmice*

*În urma reprezentării grafice a unor funcții se obțin fișiere cu extensia .grf sau jpg. sau .png*

Fiecărui număr  $x > 0$ , i-am asociat numărul real, unic,  $y = \log_a x$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  (logarithm în baza  $a$  din  $x$ ). Astfel, am pus în evidență o funcție definită pe  $(0, +\infty)$  cu valori în  $\mathbb{R}$ .

**Definiție.** Fie  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ . Funcția  $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , definită prin  $g(x) = \log_a x$  se numește **funcția logaritmică de bază  $a$** .

#### Observații

*Cunoașterea unor proprietăți ale funcției logaritmice permite rezolvarea unor probleme teoretice și practice.*

*Prima proprietate remarcabilă face ca **proprietăți ale funcției logaritmice** să fie deduse din proprietățile funcției inverse a acesteia, adică a **funcției exponențiale**.*

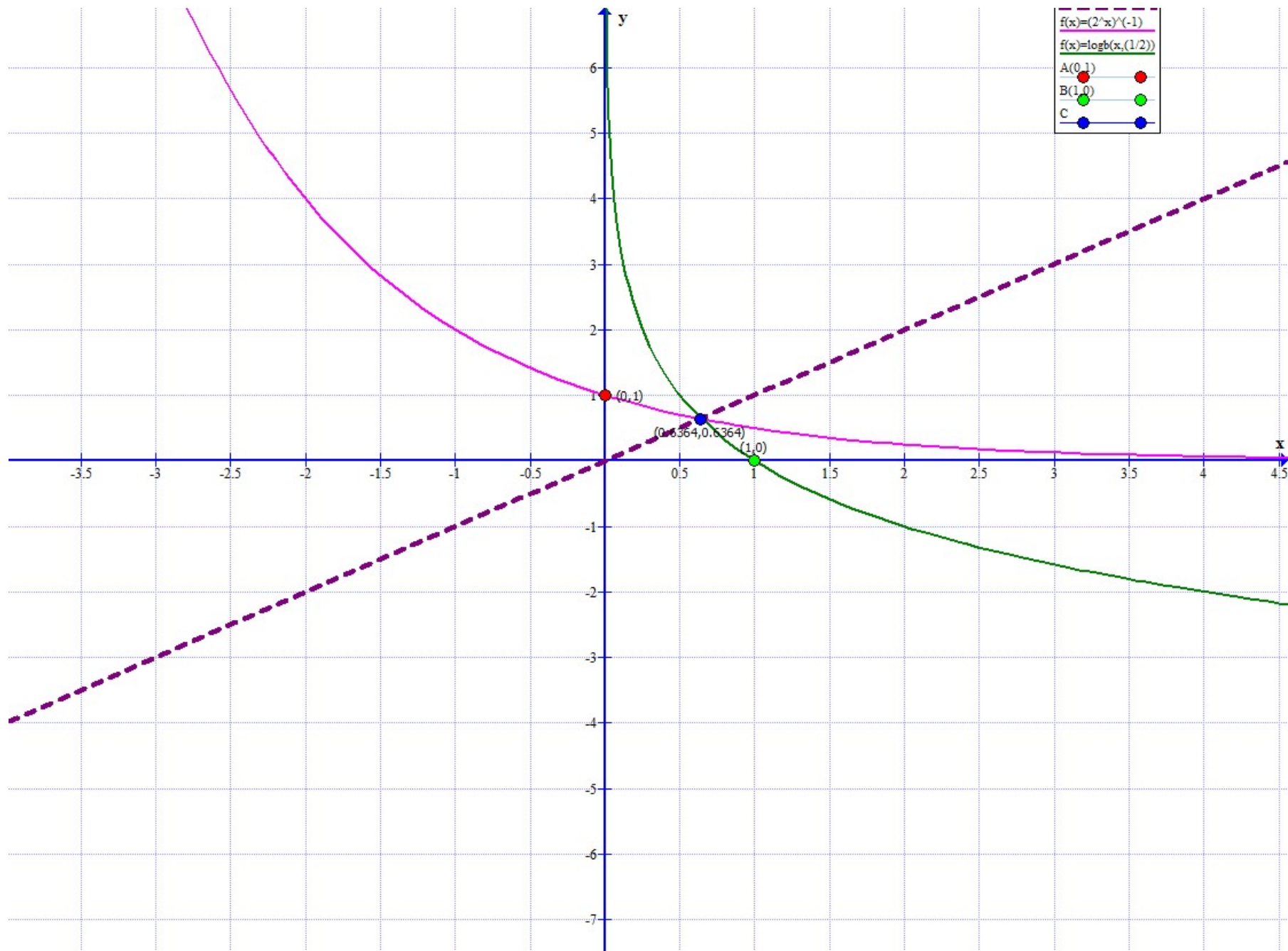
#### 1. Funcția logaritmică este inversa funcției exponențiale

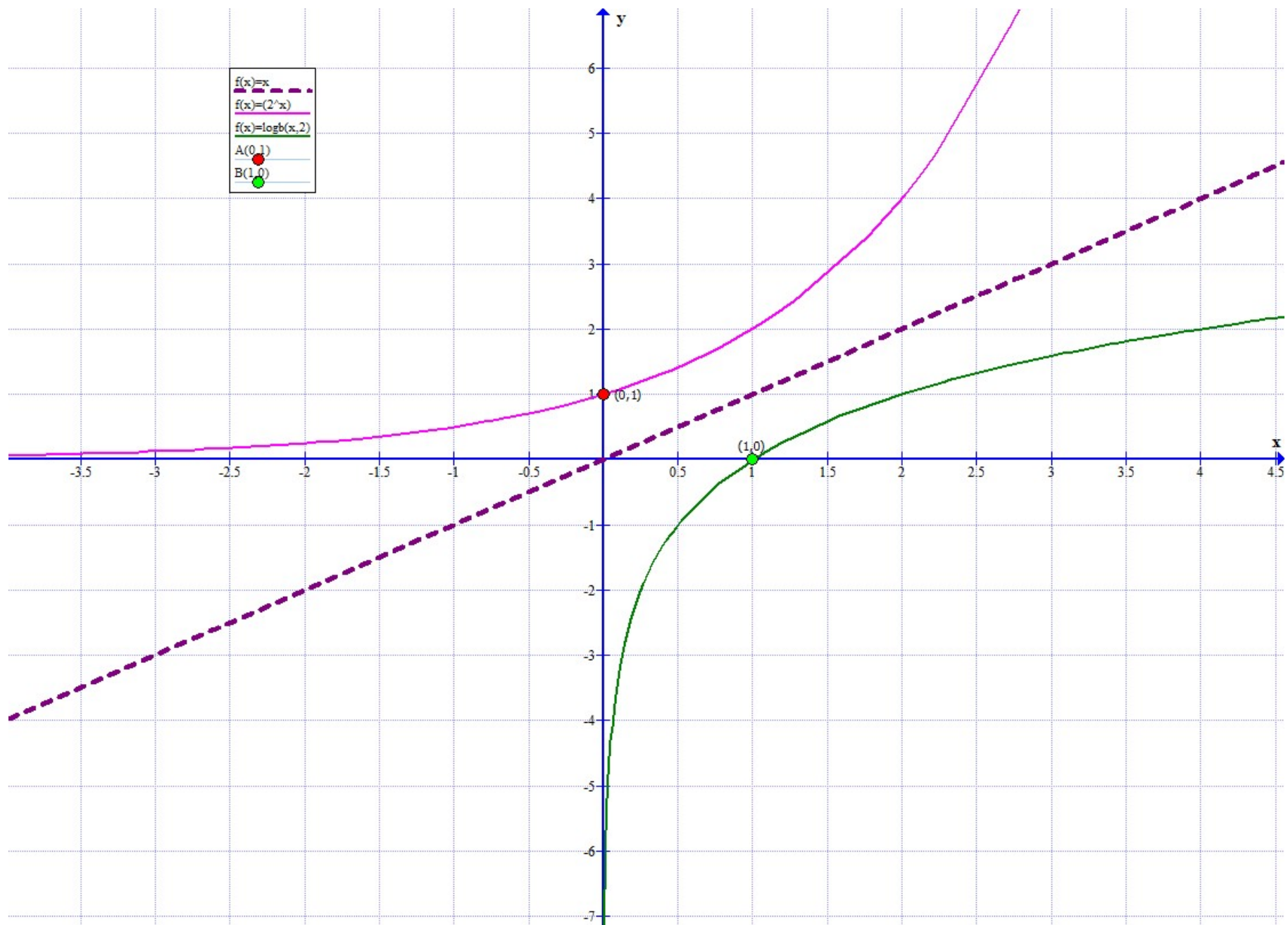
Alte proprietăți deduse din proprietățile funcției inverse (funcția exponențială):

Funcția	$g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , $g(x) = \log_a x$ , $0 < a < 1$	$g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , $g(x) = \log_a x$ $a > 1$
1. Intersecția cu axele	$G_g \cap Ox : y = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow$ $A(1, 0)$ $G_g$ nu taie axa $Oy$	$G_g \cap Ox : y = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow$ $A(1, 0)$ $G_g$ nu taie axa $Oy$
2. Convexitate și concavitate	Convexă	Concavă
3. Monotonie	strict descrescătoare	strict crescătoare
4. Semnul funcției	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>0 &lt; x &lt; 1 \Rightarrow g(x) &gt; 0</math></li> <li>• <math>x = 1 \Rightarrow g(1) = 0</math></li> <li>• <math>x &gt; 1 \Rightarrow g(x) &lt; 0</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>0 &lt; x &lt; 1 \Rightarrow g(x) &lt; 0</math></li> <li>• <math>x = 1 \Rightarrow g(1) = 0</math></li> <li>• <math>x &gt; 1 \Rightarrow g(x) &gt; 0</math></li> </ul>
5. Continuitatea	Curbă continuă	Curbă continuă
6. Bijectivitatea	Da	Da
7. Funcția inversă	$g^{-1}: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , $g^{-1}(x) = a^x$ , $0 <$ $a < 1$	$g^{-1}: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , $g^{-1}(x) = a^x$ , $a > 1$
8. Comportament asimptotic	"x = 0" asimptotă verticală ( axa Oy)	
9. Trasarea graficului	Prin puncte sau prin simetria graficului funcției exponențiale în raport cu prima bisectoare de ecuație "y = x"	



2a

 **$0 < a < 1$ , atunci funcția logaritmică este funcție descrescătoare**

**2b** **$a > 1$ , atunci funcția logaritmică este funcție crescătoare**



### 3. Semnul funcției logaritmice.

Fie funcția  $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$ , definită prin  $g(x) = \log_a x$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ . În aceste condiții are loc următorul rezultat:

$0 < a < 1$	$a > 1$
$\begin{cases} \log_a x > 0, \text{ pentru } 0 < x < 1 \\ \log_a x < 0, \text{ pentru } x > 1 \end{cases}$	$\begin{cases} \log_a x > 0, \text{ pentru } x > 1 \\ \log_a x < 0, \text{ pentru } 0 < x < 1 \end{cases}$
$\log_a 1 = 0$	

- această proprietate se aplică de multe ori la rezolvarea unor inecuații logaritmice împreună cu proprietatea de continuitate.
- cunoașterea semnelui funcției logaritmice este importantă în rezolvarea unor inegalități (inecuații) în stabilirea mulțimii de definiție pentru funcții.

# CONCLUZIE

Rolul computerului în procesul instructiv educativ devine din ce în ce mai important, atât ca mijloc de învățământ, cât și ca sursă de documentare, acces la informație. NTIC trebuie privit ca și mijloc didactic integrat în predarea altor discipline, având rolul de a îmbunătăți calitatea procesului instructiv-educativ.

Programe pe calculator, lecții didactice pe calculator, Internet – iată doar câteva elemente dintre elementele de atractivitate din învățământ. Pledoaria pentru tot ceea ce ține de calculator este firească dacă suntem preocupați de perfecționarea noastră continuă. Problematika învățării asistată de calculator poate fi înțeleasă prin analogie cu aceea a instruirii programate. Calitatea serviciilor pedagogice furnizate de calculatoare a fost deja pusă în evidență, întrucât oferă câteva finalități sugestive: capacitatea de a furniza cu rapiditate și fără greș un volum mare de informații solicitate.

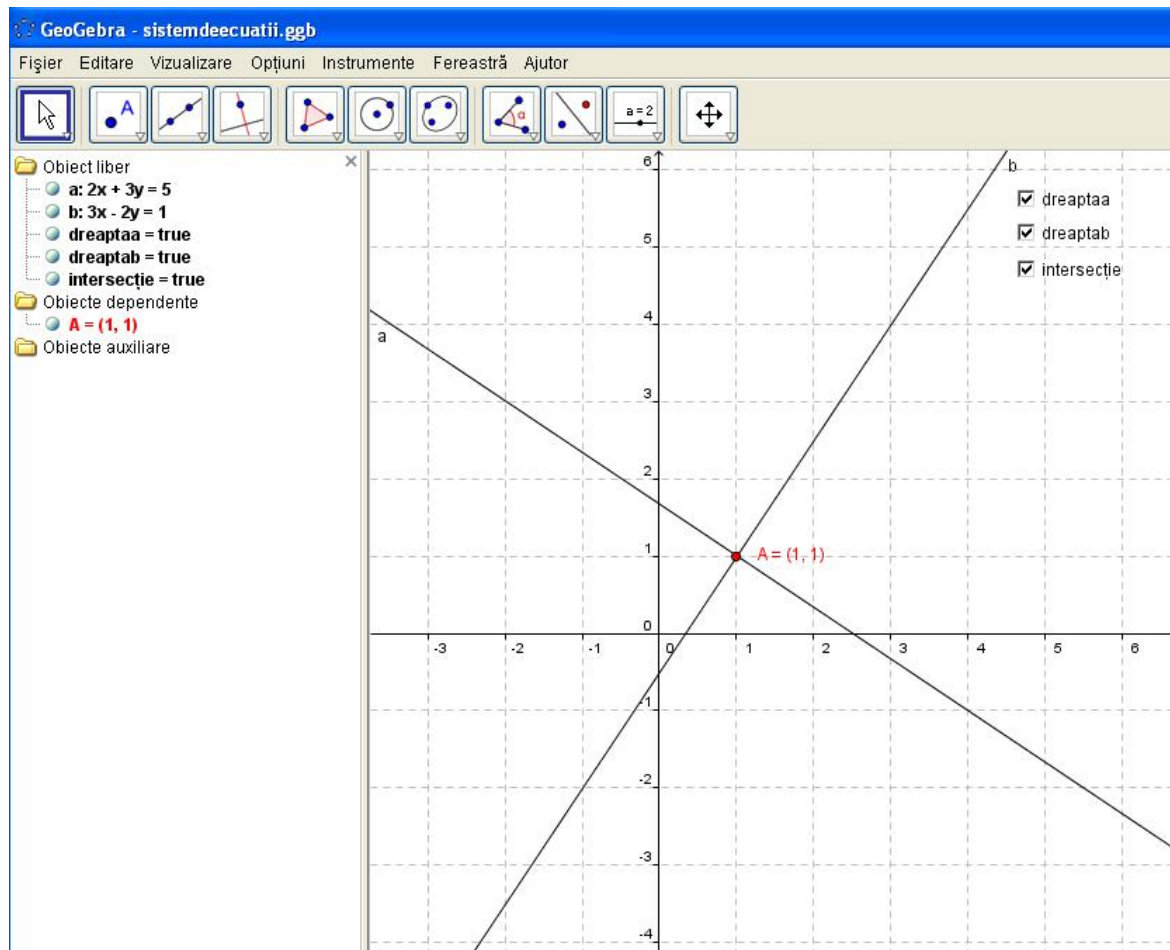
Învățarea asistată de calculator constituie un mijloc care îndeplinește două funcții importante: aceea de a asigura atingerea unor performanțe școlare superioare de către toți elevii ce întreprind efortul de a învăța și aceea de a furniza elevilor o temeinică pregătire într-o societate ce se va baza din ce în ce mai mult pe achizițiile informaticii.

Profesorul poate structura conținutul informațional pe itemi în cadrul actului de predare, pentru vizualizarea unor fenomene, ilustrarea animată a unor figuri sau corpuri geometrice, ilustrarea grafică spațială a unor concepte abstracte (derivata, limita, periodicitate, integrale definite, etc) calcule laborioase, trasare de grafice.

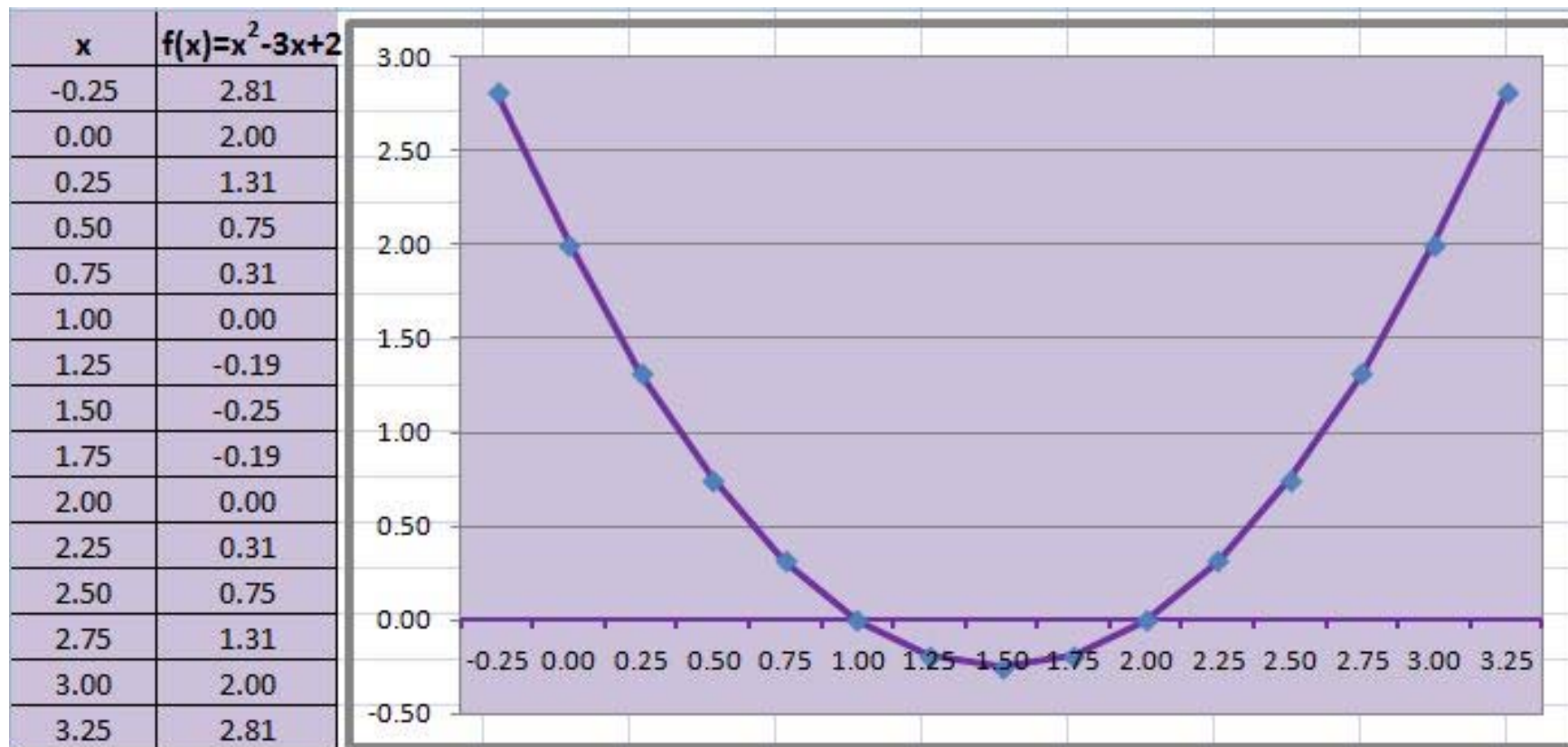
Folosirea calculatorului cu tehnica sa de animații este de mare efect pedagogic în studiul transformărilor geometrice, în studiul unor funcții cu ajutorul reprezentărilor grafice (proprietăți) sau în studiile cu caracter statistic.

# Competențe specifice disciplinei Matematică dezvoltată prin utilizarea NTIC

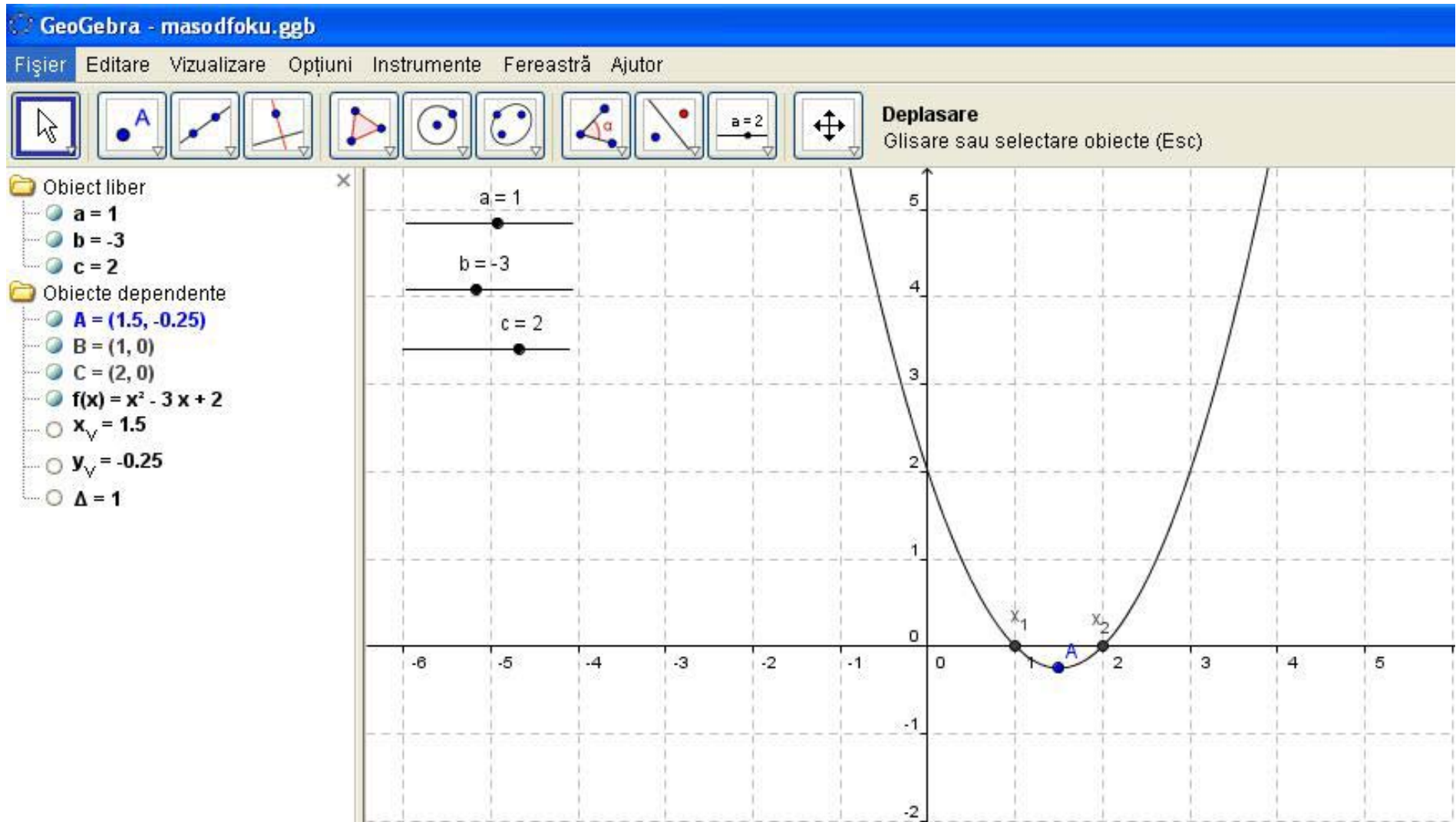
➤ Determinarea soluțiilor unor ecuații, inecuații sau sisteme de ecuații



➤ Identificarea valorilor unei funcții folosind reprezentarea grafică a acesteia



➤ Caracterizarea unor proprietăți ale funcțiilor numerice prin utilizarea graficelor acestora și a ecuațiilor asociate



- Completarea unor tabele de valori necesare pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea.
- Aplicarea unor algoritmi pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea (prin puncte semnificative).
- Determinarea unor funcții care verifică anumite condiții precizate.
- Utilizarea unor algoritmi pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor si sistemelor de ecuații si pentru reprezentarea grafica a soluțiilor acestora.
- Exprimarea prin reprezentări grafice a unor condiții algebrice; exprimarea prin condiții algebrice a unor reprezentări grafice.

## MAFA Plotter de Grafice Matematice

**Limbă**

▷ Deutsch ▷ English ▷ Français ▷ Italiano ▷ Română

**Funcții**

$f(x) = x^2 - 5x + 6$  Albastru  
  $g(x) =$  Roșu  
  $h(x) =$  Verde  
  $i(x) =$  Gri

**Familie de funcții**

Rezolvă funcția  $f$  ca  $f(x; a)$  cu  
 $a :=$  de la  până la  cu un pas de

**Axe**

Abscisă (X)  
 Ordinată (Y)

**Liniile grilei**

Intervalul X:    
 Intervalul Y:

**Opțiuni**

Afișează și erorile corectate automat de către sistem.  
 Algoritm rapid (**Atenție!** Opțiune în fază de testare. Vă rugăm să raportați eventuale greșeli.)

**Calcul**

Plotează graficul funcției  
 Afișează tabelul de valori

**Informații**

▷ Documentație  
▷ Donații  
▷ Informații legale

**Tabel de valori**

x minim:   
x maxim:   
Interval:   
Zecimale:

**Rezoluția (mărimea) rezultatului.**

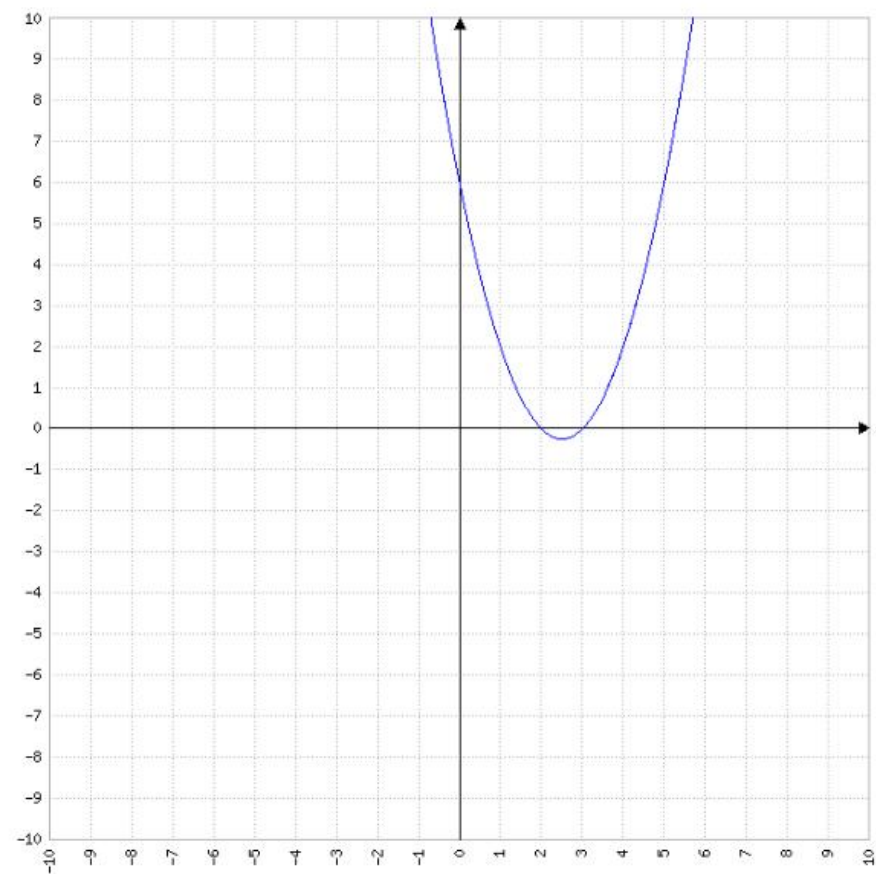
Lățime:  pixeli  
 Înălțime:  pixeli

**Afișare rezultat**

Dedesubt  
 În dreapta  
 Fereastra popup

**Mărimea sistemului de coordonate**

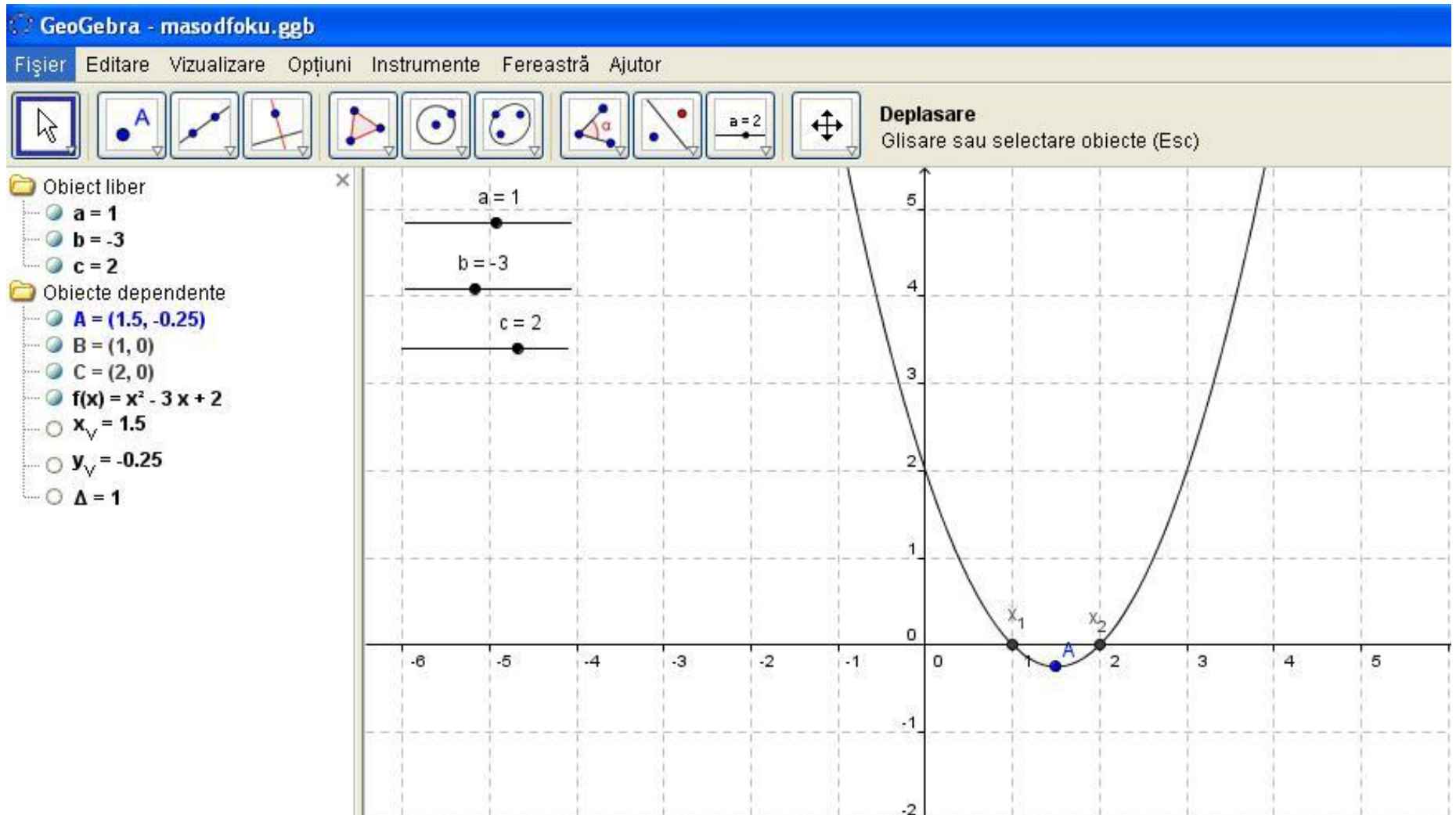
Graficul funcției





-Utilizarea unor metode algebrice sau grafice pentru determinarea sau aproximarea soluțiilor ecuației asociate funcției de gradul al II-lea.

-Utilizarea aplicației Geogebra și a resurselor online pentru localizarea și extragerea informațiilor utile



## Avantaje ale utilizării NTIC pentru disciplina Matematică

- valorificând competențele NTIC acumulate, elevii pot fi direcționați spre o învățare creativă a matematicii;
- fiind un partener activ în procesul de învățare, fiecare elev lucrează în ritm propriu și astfel, învățarea devine individualizată;
- este sporită motivația și favorizată învățarea;
- crește eficiența instruirii;
- favorizează participarea activă a fiecărui elev în toate etapele procesului de predare-învățare-evaluare;
- elevii sunt încurajați să exploreze conținuturi noi, să își dezvolte imaginația;
- posibilitatea modelării, justificării și ilustrării unor concepte abstracte, ilustrări ale graficelor greu realizabile, ale calculelor ce necesită volum mare de timp, vizualizarea proprietăților unor funcții reprezentate grafic etc.;
- realizarea recapitulărilor, sintezelor și a schemelor atractive, animate care să conducă la reținerea mai rapidă a informației esențiale;
- dezvoltarea capacităților de generalizare, respectiv particularizare a unei probleme studiate;
- diminuarea stărilor emoționale, a timidității sau a emotivității elevului;
- activitatea elevului poate fi monitorizată pe tot parcursul lecției;
- asigurarea unui feedback permanent, profesorul putând reprojeta activitatea în funcție de secvența anterioară;
- accentul va cădea pe auto-instruire, profesorul intervenind și sprijinind elevii ori de câte ori aceștia solicită;
- profesorul își păstrează rolul de arhitect al demersului didactic, softurile utilizate și materialele didactice în format electronic fiind alese și inserate în activitățile de predare-învățare-evaluare în concordanță cu competențele corespunzătoare disciplinei predate;



- evaluarea cu ajutorul mijloacelor NTIC conduce la aprecierea obiectivă a rezultatelor și a progreselor obținute de fiecare elev;
- rezultatele evaluării pot fi gestionate și interpretate prin utilizarea unor softuri specializate;
- prelucrarea rapidă a datelor, efectuarea calculelor, afișarea rezultatelor, realizarea graficelor, tabelelor, prezentărilor;
- asigurarea pregătirii elevilor pentru o societate bazată pe conceptul de învățare pe tot parcursul vieții.

## Limite ale utilizării NTIC pentru disciplina Matematică

- utilizarea la întâmplare, fără un obiectiv precis, la un moment nepotrivit, a calculatorului în timpul lecției duce la plictiseală, monotonie, chiar și la ineficiența învățării;
- neparticiparea unor elevi la lecție poate conduce la nerealizarea obiectivelor lecției sau poate compromite utilizarea tehnologiilor moderne în procesul de predare-învățare-evaluare;
- utilizarea în exces a calculatorului poate duce la pierderea abilităților practice de calcul și de investigare a realității, de argumentare și contra-argumentare;
- individualizarea excesivă a învățării diminuează dialogul elev-profesor;
- segmentarea în exces a materiei;
- competiția pierde caracterul general, privirea de ansamblu a unui elev în raport cu colectivul, transformându-se într-o competiție punctuală;
- competențele de tastare rapidă și navigare ale elevilor le devansează deseori pe cele ale profesorilor putând deveni o limită dacă profesorul nu le valorifică;
- utilizarea tehnologiilor moderne în procesul de învățământ este îngreunată de:
  - lipsa unor softuri de foarte bună calitate;
  - imposibilitatea adaptării unor softuri la curriculumul national;
  - costurile foarte ridicate;
  - lipsa unui personal specializat;
  - rezistența la schimbare a cadrelor didactice, a elevilor, a părinților.

Deci, învățarea asistată de calculator constituie un mijloc care îndeplinește două funcții importante: aceea de a asigura atingerea unor performanțe școlare superioare de către toți elevii ce întreprind efortul de a învăța și aceea de a furniza elevilor o temeinică pregătire într-o societate ce se va baza din ce în ce mai mult pe achizițiile informaticii.

Profesorul poate structura conținutul informațional pe itemi în cadrul actului de predare, pentru vizualizarea unor fenomene, ilustrarea animată a unor figuri sau corpuri geometrice, ilustrarea grafică spațială a unor concepte abstracte (derivata, limita, periodicitate, integrale definite, etc) calcule laborioase, trasare de grafice.

Folosirea calculatorului cu tehnica sa de animații este de mare efect pedagogic în studiul transformărilor geometrice, în studiul unor funcții cu ajutorul reprezentărilor grafice (proprietăți) sau în studiile cu caracter statistic.

*Educația nu presupune doar dezvoltare intelectuală, ci și pregătirea pentru integrarea pozitivă și creatoare în societate, respectiv pe piața muncii.*

*Profesorul decide când, unde și cum vor fi utilizate noile tehnologii pentru optimizarea procesului instructiv-educativ. Profesorul își păstrează rolul de formator de valori și atitudini, de susținere a dezvoltării personale și de șlefuire a personalității elevului, reprezentând în continuare un partener creativ în câmpul conversațiilor euristice.*

# Bibliografie

1. C.D. Anton - *"Funcții derivabile. Abordări interdisciplinare"*, Ed.PIM, Iași, 2016
2. D. Bridges - *"Competence-based Education and Training: Progress or Villainy?"*, Jurnal of Philosophy of Education, vol 30, no.3, 1996
3. G. Gavriluț - *"Matematica - O Punte spre Interdisciplinaritate"*, Casa de Editură Venus, Iași, 2010
4. <http://deadline.3x.ro>
5. <http://www.geogebra.org>
6. <http://www.padowan.dk/graph>

VĂ MULȚUMIM PENTRU ATENȚIE

