

**Variantă de test corespunzătoare probei de matematică -
Evaluarea Națională pentru absolvenții clasei aVIII^a**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele

(30 de puncte)

1. Rezultatul calculului $\left(0, (3) + \frac{5}{3}\right) \cdot 0,5$ este
2. Dacă două caiete și trei stilouri costă 45 de lei, iar trei caiete și două stilouri costă 35 de lei, atunci un caiet și un stilou vor costa ... lei.
3. Cel mai mare divizor propriu al numărului natural 72 scris ca produs de puteri de numere prime distincte este
4. Măsura unghiului determinat de bisectoarele a două unghiuri adiacente suplementare este de ...⁰.
5. În *Figura 1* este reprezentată o prismă patrulateră regulată dreaptă ABCDA'B'C'D' cu baza ABCD și dimensiunile de AB = 8 cm, respectiv AA' = $8\sqrt{3}$ cm. Măsura unghiului determinat de dreptele AB și D'C este de ...⁰.

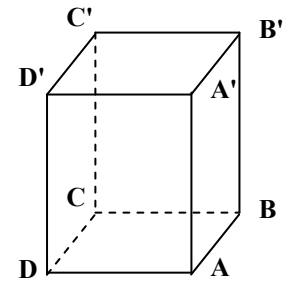


Figura 1

6. În tabelul de mai jos sunt reprezentate temperaturile înregistrate la o stație meteorologică în cursul unei zile.

6:00	8:00	10:00	12:00	14:00	16:00	18:00	20:00
- 10 ⁰ C	- 6 ⁰ C	- 5 ⁰ C	- 3 ⁰ C	- 2 ⁰ C	- 4 ⁰ C	- 6 ⁰ C	- 8 ⁰ C

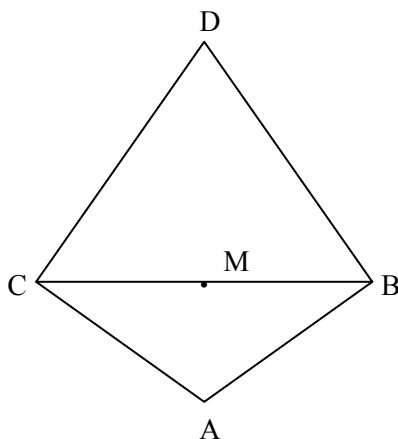
Valoarea absolută a diferenței dintre temperatura înregistrată la ora 8:00 și cea de la ora 16:00 este de ...⁰C.

SUBIECTUL II - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete

(30 de puncte)

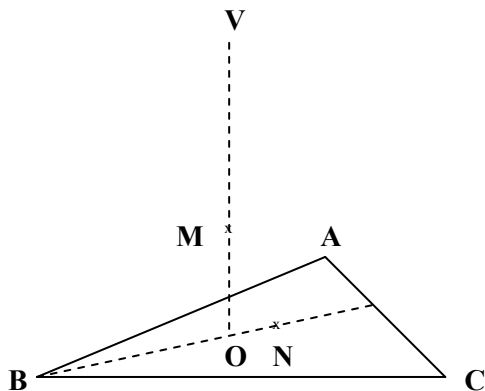
- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră regulată VABCD de bază ABCD.
- 5p 2. Fie numerele reale $x = (2 - \sqrt{2})^{-1}$ și $y = \frac{|\sqrt{2} - 2|}{2}$. Arătați că raportul dintre dublul mediei aritmetice a numerelor x și y și media geometrică a acestora este un număr real situat în intervalul (2,3).
- 5p 3. Un călător parcurge un drum în trei zile. În prima zi, el parcurge 25% din lungimea drumului, iar a doua zi două treimi din rest. Care este lungimea drumului știind că a treia zi i-a rămas de parcurs 20 km?
4. Se consideră funcția $f: R \rightarrow R, f(x) = -2x + 4$.
- 5p a) Determinați coordonatele punctului de intersecție al graficului funcției f cu axa absciselor și apoi reprezentați-l într-un reper cartezian xOy .
- 5p b) Fie A și B punctele de intersecție ale graficului funcției f cu axele de coordonate Ox , respectiv Oy . Calculați lungimea segmentului determinat de O , originea sistemului xOy , și mijlocul segmentului $[AB]$.
- 5p 5. Fie expresia $E(x) = \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{3x}\right) : \frac{x+1}{3x^3 - 6x^2 + 3x} + x - 3$, oricare ar fi x un număr real, $x \neq 0$, $x \neq 1$. Determinați mulțimea valorilor întregi ale lui n , știind că $|E(n)| \leq 3$.

1. Fie triunghiul ABC dreptunghic isoscel cu $AB=AC$, $m(\hat{A})=90^\circ$, respectiv triunghiul BCD echilateral. Fie punctul M mijlocul segmentului [BC].



- 5p a) Arătați că punctele A, M, D sunt puncte coliniare.
 5p b) Arătați că distanțele de la punctul M la dreptele CD, respectiv BD sunt egale.
 5p c) Știind că $AB = 4$ cm, determinați lungimea segmentului [AD].

1. Pe planul triunghiului echilateral ABC cu latura de lungime 6 cm, se ridică o perpendiculară OV, unde O este centrul cercului circumscris triunghiului, $OV = 12$ cm. Fie punctul $M \in (OV)$, $OM = \frac{1}{3}OV$ și fie punctul N situat în interiorul triunghiului ABC, $N \in BO$, așa încât $\frac{ON}{BO} = \frac{1}{6}$.



- 5p a) Demonstrați că $MN \parallel (VAC)$.
 5p b) Calculați valoarea tangentei unghiului determinat de planele (ABC) și (VAC).
 5p c) Determinați volumul corpului VABC.

BAREM DE CORECTARE

· Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

· Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.

· Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

· Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

· Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	1	5p
2.	16	5p
3.	$2^2 \cdot 3^2$	5p
4.	90^0	5p
5.	60^0	5p
6.	2^0 C	5p

SUBIECTUL II

1	Desenează o piramidă patrulateră regulată Notează piramida patrulateră $VABCD$ de bază $ABCD$	4p 1p
2	$x = \frac{1}{2 - \sqrt{2}} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$ $\sqrt{2} - 2 < 0 \Rightarrow y = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$ $\frac{2 \cdot m.a.}{m.g} = \frac{2 \cdot \frac{x+y}{2}}{\sqrt{x \cdot y}} = 2\sqrt{2} = \sqrt{8}$ $\sqrt{4} < \sqrt{8} < \sqrt{9} \Leftrightarrow 2 < \sqrt{8} < 3 \Rightarrow \frac{2 \cdot m.a.}{m.g} \in (2,3)$	1p 1p 2p 1p
3	Fie x - lungimea drumului I zi : $25\% \cdot x = \frac{x}{4} km$ II zi : $\frac{2}{3} \left(x - \frac{x}{4} \right) = \frac{x}{2} km$ $x = \frac{x}{4} + \frac{x}{2} + 20 \Rightarrow x = 80 km$	1p 1p 3p
4 a)	$G_f \cap Ox \Rightarrow y = 0 \Rightarrow f(x) = 0$ $-2x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2$ $G_f \cap Ox = \{A(2,0)\}$ Reprezentarea punctului A într-un reper cartezian xOy	2p 1p 1p 1p
4 b)	$G_f \cap Oy \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = f(0) = 4$ $G_f \cap Ox = \{B(0,4)\}$ Fie M - mijlocul segmentului $[AB] \Rightarrow M \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right) = M(1;2)$ $OM = \sqrt{(x_M - x_O)^2 + (y_M - y_O)^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$	1p 2p 2p

5	$E(x) = \frac{x+2}{3x(x-1)} : \frac{x-1}{3x(x^2-2x+1)} + x-3 = \frac{x+2}{3x(x-1)} \cdot \frac{3x(x-1)^2}{x-1} + x-3 = x-2+x-3 = 2x-1$	2p
	$ E(n) \leq 3 \Leftrightarrow 2n-1 \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq 2n-1 \leq 3$	1p
	Se obține: $-1 \leq n \leq 2$ și cum $n \in \mathbb{Z} \Rightarrow n \in \{-1, 0, 1, 2\}$	2p

SUBIECTUL III

1a)	M-mijl.[BC] \Rightarrow AM mediană, ΔABC - isoscel $\Rightarrow AM \perp BC \Rightarrow m(\hat{AMC}) = 90^\circ$	2p
	M-mijl.[BC] \Rightarrow DM mediană, ΔBCD - echilateral $\Rightarrow DM \perp BC \Rightarrow m(\hat{CMD}) = 90^\circ$	2p
	Deci, $m(\hat{AMD}) = 180^\circ \Rightarrow \hat{AMD}$ - alungit $\Rightarrow A, M, D$ - puncte coliniare	1p
1b)	$DM \perp BC$, ΔBCD - echilateral $\Rightarrow (DM - \text{bisectoarea } (\hat{BDC}))$	2p
	Din a) $\Rightarrow M \in (DA)$ Deci, $d(M, CD) = d(M, BD)$	1p 2p
1c)	AM - mediană $\Delta ABC \Rightarrow AM = \frac{BC}{2} = \frac{l\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$	2p
	$DM \perp BC$, ΔBCD - echilateral $\Rightarrow DM = \frac{BC\sqrt{3}}{2} = \frac{l\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{6}$	2p
	$M \in [AD] \Rightarrow AD = AM + MD = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{6} \text{ cm}$	1p

2a)	$OM = \frac{1}{3}OV \Rightarrow \frac{OM}{OV} = \frac{1}{3}$	$\left. \begin{array}{l} O - \text{centru } \Delta ABC \Rightarrow 2 \cdot OD = BO \\ \frac{ON}{BO} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{ON}{OD} = \frac{1}{3} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{OM}{OV} = \frac{ON}{OD} \begin{array}{l} \text{R.T. Thales} \\ \Rightarrow \\ (\Delta VOD) \end{array}$	3p
	$MN \parallel VD; VD \subset (VAC) \Rightarrow MN \parallel (VAC)$		
2b)	Fie $D \in AC, BD \perp AC$ $VO \perp (BAC), BD \subset (ABC) \Rightarrow VO \perp BD$ $BD \cap AC = \{D\}$	$\left. \begin{array}{l} VO \perp AC, VD \subset (VAC) \\ BD \perp AC, BD \subset (ABC) \\ VD \cap BD = \{D\} \end{array} \right\} \Rightarrow m((VAC); (ABC)) = m(VD; BD) = m(\hat{VDB})$	2p
	$\Delta VOD: m(\hat{O}) = 90^\circ \Rightarrow tg(\hat{VDB}) = \frac{VO}{OD} = 4\sqrt{3}$		
	2c)	$VO \perp (ABC); \Delta ABC$ - echilat. $\Rightarrow VABC$ - piramidă regulată dreaptă $V = \frac{A_B \cdot h}{3}$ $A_{\Delta ABC} = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \text{ cm}^2$ Deci, $V = 36\sqrt{3} \text{ cm}^3$	2p