

Gradul didactic II

Metodica predării matematicii  
Varianta 2

- 1.** Considerăm polinomul  $P = X^4 - 6X^2 + 4$  și notăm  $x_1, x_2, x_3, x_4$  rădăcinile (complexe) ale lui  $P$ .
- a) Calculați  $S_1 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ ,  $S_2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$  și  $S_3 = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_4^3$ .
- b) Demonstrați că există și sunt unice numerele  $a, b, c, d, e$  pentru care:

$$P = a + b(X + 1) + c(X + 1)^2 + d(X + 1)^3 + e(X + 1)^4.$$

Calculați aceste numere. Prezentați o soluție completă, precum și un barem pe care l-ați utiliza la corectarea acestei probleme dacă ați da-o la o lucrare de control (punctajul posibil la această problemă este între 1 și 10 puncte).

- c) Propuneți la clasă următoarea problemă:

*Calculați restul împărțirii polinomului  $P^3$  la polinomul  $(X + 1)^2$ .*

Constatați că elevii din clasă nu au nicio idee de abordare. Descrieți un scenariu care să-i conducă pe elevi, pe baza unor întrebări ajutătoare relevante, la rezolvarea problemei. Prezentați respectiva rezolvare a problemei.

- 2.** Fie  $f : \left[0, \frac{\pi}{4}\right] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \operatorname{tg}^2 x$  și  $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x f^n(x) dx$ , pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .

- a) Arătați că  $f'(x) = 2(1 + \operatorname{tg}^2 x) \operatorname{tg} x$ , pentru orice  $x \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ . Menționați două greșeli pe care elevii le pot face în rezolvarea cerinței.

- b) Calculați  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$  și  $I_1$ .

- c) Demonstrați că șirul  $(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  este convergent.

Propuneți la clasă următoarea problemă: "Determinați  $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$ ". Menționați două dificultăți pe care elevii le pot întâmpina în rezolvare. Prezentați o rezolvare a problemei.

**3.**

- a) Construiți, folosind doar rigla și compasul, centrul de greutate  $G$  al unui triunghi  $ABC$ . Presupunând că le cereți elevilor să rezolve acest exercițiu, imaginați un dialog care să pregătească și să faciliteze realizarea construcției.

- b) Fie triunghiul  $ABC$  având centrul de greutate  $G$ . Notăm cu  $X$  mijlocul segmentului  $AG$  și cu  $R$  mijlocul laturii  $AB$ . Presupunem că medianele  $m_a, m_b$  și  $m_c$ , corespunzătoare laturilor  $BC, AC$  și respectiv  $AB$  au lungimile 6, 4 și respectiv 5. Calculați lungimile laturilor triunghiului  $RXG$ .

- c) Se propune elevilor următoarea problemă:

*Construiți un triunghi  $ABC$  dacă se dau lungimile  $m_a, m_b$  și  $m_c$  ale medianelor triunghiului.*

Presupunem problema deja rezolvată. Realizați o figură, marcând pe aceasta datele din enunț, analizați figura, apoi propuneți indicații adresate elevilor, în vederea rezolvării problemei. Descrieți o construcție demonstrând apoi corectitudinea ei.

*Toate subiectele sunt obligatorii.*