

**Examenul național de bacalaureat 2022**  
**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{tehnologic}$**

**Varianta 1**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $5 - 3 \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 1$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 4$ . Determinați numărul real  $a$  pentru care  $f(a) = 2$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{4 + 2x} = 2$ .
- 5p** 4. Un produs costă 90 de lei. Determinați prețul produsului după o scumpire cu 10%.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1,4)$ ,  $B(5,0)$  și  $M(a,b)$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere reale. Determinați numerele reale  $a$  și  $b$ , știind că punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $AB$ .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $ABC$  dreptunghic în  $A$ , în care măsura unghiului  $C$  este egală cu  $30^\circ$  și  $AB = 3$ . Arătați că  $BC = 6$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$  și  $C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ .
- 5p** a) Arătați că  $\det A = 2$ .
- 5p** b) Arătați că  $A + 2B = 3C$ .
- 5p** c) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $\det(B \cdot C + x(A - C)) = 0$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = (x + 2y)(y + 2x) + 2$ .
- 5p** a) Arătați că  $1 * 1 = 11$ .
- 5p** b) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $x * 0 = 4$ .
- 5p** c) Demonstrați că  $x * \frac{1}{x} > 7$ , pentru orice număr real nenul  $x$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x^5 + 5x^4 - 10x^3 + 1$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = 10x^2(x^2 + 2x - 3)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = 0$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Demonstrați că  $2x^5 + 5x^4 - 10x^3 + 3 \geq 0$ , pentru orice  $x \in [-3, +\infty)$ .
2. Se consideră funcția  $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 6x + \frac{2}{x+1}$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_0^2 \left( f(x) - \frac{2}{x+1} \right) dx = 12$ .
- 5p** b) Arătați că  $\int_0^1 (f(x) - 6x) dx = 2 \ln 2$ .
- 5p** c) Determinați numărul real  $a$  pentru care  $\int_1^e \left( f(x) - \frac{2}{x+1} \right) \cdot \ln^2 x dx = \frac{a(e^2 - 1)}{2}$ .

**Examenul național de bacalaureat 2022**  
**Proba E. c)**  
**Matematică *M\_tehnologic***  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 1**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	$5 - 3 \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 5 - 3 \cdot \frac{4}{3} =$ $= 5 - 4 = 1$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>2.</b>	$f(a) = a - 4$ $a - 4 = 2$ , de unde obținem $a = 6$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>3.</b>	$4 + 2x = 4$ $x = 0$ , care convine	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>4.</b>	$\frac{10}{100} \cdot 90 = 9$ lei Prețul după scumpire este $90 + 9 = 99$ de lei	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>5.</b>	$a = \frac{1+5}{2}$ , $b = \frac{4+0}{2}$ $a = 3$ , $b = 2$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>6.</b>	$\sin C = \frac{AB}{BC}$ $\frac{1}{2} = \frac{3}{BC}$ , de unde obținem $BC = 6$	<b>2p</b> <b>3p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 2 \cdot 3 - 1 \cdot 4 =$ $= 6 - 4 = 2$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$2B = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow A + 2B = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} =$ $= 3 \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = 3C$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$B \cdot C + x(A - C) = \begin{pmatrix} 0 & -8 + 2x \\ 8 + 2x & 8 \end{pmatrix}$ , deci $\det(B \cdot C + x(A - C)) = (8 + 2x)(8 - 2x)$ , pentru orice număr real $x$ $(8 + 2x)(8 - 2x) = 0$ , de unde obținem $x = -4$ sau $x = 4$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>2.a)</b>	$1 * 1 = (1 + 2 \cdot 1)(1 + 2 \cdot 1) + 2 =$ $= 3 \cdot 3 + 2 = 11$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$x * 0 = 2x^2 + 2$ , pentru orice număr real $x$ , deci $2x^2 + 2 = 4$ $x^2 - 1 = 0$ , de unde obținem $x = -1$ sau $x = 1$	<b>3p</b> <b>2p</b>

<b>c)</b>	$x * \frac{1}{x} = \left(x + \frac{2}{x}\right) \left(\frac{1}{x} + 2x\right) + 2 = 1 + 2x^2 + \frac{2}{x^2} + 4 + 2 =$	<b>3p</b>
	$= 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 7 > 7$ , pentru orice număr real nenul $x$	<b>2p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = 2 \cdot 5x^4 + 5 \cdot 4x^3 - 10 \cdot 3x^2 =$	<b>3p</b>
	$= 10x^4 + 20x^3 - 30x^2 = 10x^2(x^2 + 2x - 3), x \in \mathbb{R}$	<b>2p</b>
<b>b)</b>	$f(0) = 1, f'(0) = 0$	<b>2p</b>
	Ecuția tangentei este $y - f(0) = f'(0)(x - 0)$ , adică $y = 1$	<b>3p</b>
<b>c)</b>	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3$ sau $x = 0$ sau $x = 1$ ; $f'(x) \leq 0$ , pentru orice $x \in [-3, 1] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[-3, 1]$ și $f'(x) \geq 0$ , pentru orice $x \in [1, +\infty) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[1, +\infty)$ , deci $f(x) \geq f(1)$ , pentru orice $x \in [-3, +\infty)$	<b>3p</b>
	$f(1) = -2$ , de unde obținem $2x^5 + 5x^4 - 10x^3 + 1 \geq -2$ , deci $2x^5 + 5x^4 - 10x^3 + 3 \geq 0$ , pentru orice $x \in [-3, +\infty)$	<b>2p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_0^2 \left(f(x) - \frac{2}{x+1}\right) dx = \int_0^2 6x dx = 6 \cdot \frac{x^2}{2} \Big _0^2 =$	<b>3p</b>
	$= 12 - 0 = 12$	<b>2p</b>
<b>b)</b>	$\int_0^1 (f(x) - 6x) dx = \int_0^1 \frac{2}{x+1} dx = 2 \ln(x+1) \Big _0^1 =$	<b>3p</b>
	$= 2 \ln 2 - 2 \ln 1 = 2 \ln 2$	<b>2p</b>
<b>c)</b>	$\int_1^e \left(f(x) - \frac{2}{x+1}\right) \cdot \ln^2 x dx = \int_1^e 6x \ln^2 x dx = \int_1^e (3x^2)' \ln^2 x dx = 3x^2 \ln^2 x \Big _1^e - \int_1^e 6x \ln x dx =$	<b>3p</b>
	$= 3e^2 - 3x^2 \ln x \Big _1^e + \frac{3x^2}{2} \Big _1^e = \frac{3(e^2 - 1)}{2}$ $\frac{3(e^2 - 1)}{2} = \frac{a(e^2 - 1)}{2}$ , de unde obținem $a = 3$	<b>2p</b>