MINISTERUL EDUCAȚIEI	**UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI**	**INSPECTORAUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT**	**LICEUL CU PROGRAM SPORTIV SLATINA**	**ŞCOALA GIMNAZIALĂ „VLAICU VODĂ” SLATINA**	**ŞCOALA GIMNAZIALĂ Nr. 2 CARACAL**

***Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediția a XI –a,* înscris in CAERI –fără finanțare, aprobat de M.E.C. cu nr. 26149/12.02.2020, poziția 1333 și avizat de ISJ Olt cu nr. 14759/27.12.2021**
4 iunie 2022

Clasa a III-a

Subiectul I (10 puncte**)**

Într-un coş sunt 23 de mere, iar în alt coş sunt 17 mere. Câte mere trebuie mutate din al doilea coş în primul coş, astfel încât în primul coş să fie un număr de mere de 4 ori mai mare decât numărul de mere rămase în al doilea coş ?

Subiectul al II-lea (20 puncte**)**

Două surori au vârste exprimate prin numere pare consecutive. Sfertul sumei dintre triplul vârstei surorii celei mici și dublul vârstei surorii mari este 11. Peste câți ani vor avea împreună 30 de ani?

Subiectul al III-lea (30 puncte**)**

Patru copii au împreună 138 mașinuțe. După ce primul copil primește 2 mașinuțe de la al doilea copil, 5 mașinuțe de la al treilea, iar de la al patrulea 8 mașinuțe, numărul mașinuțelor fiecărui copil reprezintă patru numere naturale consecutive, în această ordine. Câte mașinuțe a avut fiecare copil la început?

Subiectul al IV-lea (30 puncte)

1. În trei pungi sunt 54 bile. În a doua pungă sunt de două ori mai multe decât în prima și cu 4 mai puține decât în a treia. Câte bile sunt în fiecare pungă?

2. Pe asfalt s-au desenat lalele și 25 narcise. La fiecare 5 narcise s-au desenat câte 7 lalele. Câte flori s-au desenat pe asfalt?

Notă: 10 puncte din oficiu
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 2 ore

					
MINISTERUL EDUCAȚIEI	**UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI**	**INSPECTORAUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT**	**LICEUL CU PROGRAM SPORTIV SLATINA**	**ŞCOALA GIMNAZIALĂ „VLAICU VODĂ” SLATINA**	**ŞCOALA GIMNAZIALĂ Nr. 2 CARACAL**

***Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediția a XI –a,* înscris in CAERI –fără finanțare, aprobat de M.E.C. cu nr. 26149/12.02.2020, poziția 1333 și avizat de ISJ Olt cu nr. 14759/27.12.2021**
4 iunie 2022

Clasa a IV-a

Subiectul I (10 puncte**)**

Suma a trei numere este 2022. Aflați cele trei numere știind că dacă îl împărțim pe primul la al treilea obținem câtul 3 și restul 102, iar dacă îl împărțim pe al doilea la al treilea obținem câtul 2 și restul 96.

Subiectul al II-lea (20 puncte**)**

Reconstituiți adunarea: $\overline{magia}+\overline{agia}+\overline{gia}+\overline{ia}+a=14950$

Subiectul al III-lea (30 puncte)

De 1 Iunie, doamna învățătoare dorește să împartă copiilor baloane. Dacă fiecare copil primește 5 baloane, rămân 6 copii fără baloane, iar un copil primește 2 baloane. Dacă fiecare copil primește 3 baloane, rămân 11 baloane nedistribuite. Câți copii sunt în clasă și câte baloane se împart?

Subiectul al IV-lea (30 puncte**)**

Știind că 5 cutii cu bomboane, 7 ciocolate și 5 pungi cu jeleuri costă 130 lei, o cutie cu bomboane, 3 ciocolate și 2 pungi cu jeleuri costă 41 lei și 10 cutii cu bomboane, 6 ciocolate și 10 pungi cu jeleuri costă 220 lei, aflați cât costă o cutie cu bomboane, o ciocolată și o pungă cu jeleuri.

Notă: 10 puncte din oficiu
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 2 ore

					
MINISTERUL EDUCAȚIEI	**UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI**	**INSPECTORAUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT**	**LICEUL CU PROGRAM SPORTIV SLATINA**	**ŞCOALA GIMNAZIALĂ „VLAICU VODĂ” SLATINA**	**ŞCOALA GIMNAZIALĂ Nr. 2 CARACAL**

***Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediția a XI –a,* înscris in CAERI –fără finanțare, aprobat de M.E.C. cu nr. 26149/12.02.2020, poziția 1333 și avizat de ISJ Olt cu nr. 14759/27.12.2021**
4 iunie 2022

Clasa a V-a

Subiectul I (10 puncte**)**

Fie fracția: $\frac{367}{198}$.

a) Aflați a 11-a zecimală;

b) Aflați a 2022-a zecimală;

c) Calculați suma primelor 100 de zecimale.

Subiectul al II-lea (20 puncte**)**

Determinați numerele $\overline{abc}$ pentru care $\overline{bc}^{\,2} - a = 1932$.

Subiectul al III-lea (30 puncte**)**

1. Suma a 15 numere naturale consecutive este un număr cu cifre diferite, printre care se află cifrele 0, 1, 2 şi 4. Care este cel mai mic număr posibil dintre cele 15 numere?

Gazeta Matematică

2. Fie numerele naturale nenule *a* și *b*. Dacă *a+5b* dă restul 3 la împărțirea cu 8, aflați restul impărțirii la 8 a numărului $3a + 7b$.

Subiectul al IV-lea (30 puncte**)**

1. Să se scrie în ordine crescătoare și să se determine termenul din mijloc al șirului de fracții: $\frac{9}{14}; \frac{10}{21}; \frac{11}{28}; \dots; \frac{295}{2016}$

2. Să se determine numărul natural *x*, astfel încât să avem $\overline{0,(1xx)} + \overline{0,(x1x)} + \overline{0,(xx1)} = 1$.

Notă: 10 puncte din oficiu
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore

					
MINISTERUL EDUCAȚIEI	**UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI**	**INSPECTORAUL ŞCOLAR JUDEŢEAN OLT**	**LICEUL CU PROGRAM SPORTIV SLATINA**	**ŞCOALA GIMNAZIALĂ „VLAICU VODĂ” SLATINA**	**ŞCOALA GIMNAZIALĂ Nr. 2 CARACAL**

***Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediția a XI –a,* înscris in CAERI –fără finanțare, aprobat de M.E.C. cu nr. 26149/12.02.2020, poziția 1333 și avizat de ISJ Olt cu nr. 14759/27.12.2021**
4 iunie 2022

Clasa a VI-a

Subiectul I (10 puncte**)**

Pe o tablă sunt scrise la început numerele 11 şi 13. Un pas înseamnă scrierea pe tablă a unui număr nou, egal cu suma a două numere oarecare scrise deja pe tablă. Arătaţi că:

a) indiferent câţi paşi s-ar efectua, pe tablă nu se poate scrie numărul 86;

b) este posibil ca, după mai mulţi paşi, pe tablă să fie scris numărul 2015.

Gazeta Matematică

Subiectul al II-lea (20 puncte**)**

Fie $S_n = \frac{5}{1\cdot 6} + \frac{5}{6\cdot 11} + \frac{5}{11\cdot 16} + \cdots + \frac{5}{(5n-4)(5n+1)}$, unde *n* este număr natural nenul.

a) Calculaţi $(6\cdot S_1 - 11\cdot S_2 + 16\cdot S_3 - 21S_4 + 9)^{2022}$.

b) Determinaţi valoarea minimă a lui n $\in$ N* pentru care numărul

$a = (1 - S_1)(1 - S_2)(1 - S_3)(1 - S_4) \dots (1 - S_n) < \frac{1}{2022}$.

Subiectul al III-lea (30 puncte**)**

Determinaţi toate perechile (a, b) de numere naturale care verifică $\frac{(1+3b)(2+3b)}{2} = 10^a$.

Subiectul al IV-lea (30 puncte)

1. Se consideră triunghiul dreptunghic *MNP*, cu $\sphericalangle N = 90^0$, $NE \perp MP$ și Q mijlocul segmentului *NE*. Dacă R este simetricul punctului *M* față de *N*, determinați măsura unghiului format de dreptele *RE* și *PQ*.

2. Fie ΔABC isoscel cu $AB = AC$, $\sphericalangle A = 36^0$ și D intersecția bisectoarei $\angle ABC$ cu mediatoarea laturii AB.

a) Demonstrați că $D \in (AC)$

b) Dacă $BD = a$ și $CD = b$ calculați perimetrul ΔABC.

Notă: 10 puncte din oficiu
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore

MINISTERUL EDUCAȚIEI	**UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI**	**INSPECTORAUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT**	**LICEUL CU PROGRAM SPORTIV SLATINA**	**ȘCOALA GIMNAZIALĂ „VLAICU VODĂ" SLATINA**	**ȘCOALA GIMNAZIALĂ Nr. 2 CARACAL**

***Concursul Regional de Matematică "Magia Numerelor" ediția a XI –a,* înscris in CAERI –fără finanțare, aprobat de M.E.C. cu nr. 26149/12.02.2020, poziția 1333 și avizat de ISJ Olt cu nr. 14759/27.12.2021**

4 iunie 2022

Clasa a VII-a

Subiectul I (10 puncte**)**

Se consideră fracţia $A=\frac{2021^{2022}+2022^{2021}}{2021^{2021}+2022^{2022}}$

a) Stabiliţi dacă fracţia dată este subunitară, supraunitară sau echiunitară.

b) Stabiliţi semnul diferenţei $\frac{1}{A}-A$.

Subiectul al II-lea (20 puncte**)**

1. În dreptunghiul $ABCD, E\in(AB)$avem $\angle CED=90, CE\cap AD=\{F\}, DC=5AE, DC=5$ cm.

a) Calculați distanța de la punctul B la dreapta CE.

b) Calculați aria triunghiului FAE.

2. În dreptunghiul *ABCD* știm *AB* = 12 cm, *BC* = 8 cm. Fie *M* mijlocul segmentului *AD*, *R* mijlocul laturii *AB* și punctul *N* situat pe latura *CD* astfel încât $\frac{NC}{DN}=\frac{1}{2}$. Considerăm $MN\cap BC=\{P\}$, $MN\cap AC=\{Q\}$ și $RQ\cap BC=\{S\}$.

a) Arătați că lungimea segmentului *PS* este mai mică decât *5cm*.

b) Calculați distanța de la punctul *P* la dreapta *BQ*.

Subiectul al III-lea (30 puncte**)**

1. Se dau sumele:

$S_1=\frac{1}{1\cdot2^2}+\frac{1}{2\cdot3^2}+\frac{1}{3\cdot4^2}+\cdots+\frac{1}{12\cdot13^2}$ și

$S_2=\frac{1}{1^2\cdot2^2}+\frac{1}{2^2\cdot3^2}+\frac{1}{3^2\cdot4^2}+\cdots+\frac{1}{12^2\cdot13^2}$.

a) Demonstrați că $\frac{2a+1}{a^2(a+1)^2}=\frac{1}{a^2}-\frac{1}{(a+1)^2}$, unde *a* este număr natural nenul.

b) Calculați $S=2S_1+S_2$

c) Demonstrați că $0<S<1$

Subiectul al IV-lea (30 puncte)

1. Fie triunghiul ascuțitunghic *ABC* și *M* punctul de intersecție al bisectoarei dusă din unghiul *B* cu înălțimea din punctul *C*. Pe perpendiculara din *B* pe *BC*, dusă în semiplanul care nu îl conține pe *M*, se consideră punctul *N*, astfel încât *BN=CM*.

Arătați că *NC* || *BM*.

2. Se dă un triunghi dreptunghic isoscel cu catetele de lungime 12cm. Demonstrați că, oricare ar fi 17 puncte distincte în interiorul lui, există cel puțin două astfel încât distanța dintre ele să fie cel mult $3\sqrt{2}$cm.

Notă: 10 puncte din oficiu

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore

					
MINISTERUL EDUCAȚIEI	**UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI**	**INSPECTORAUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT**	**LICEUL CU PROGRAM SPORTIV SLATINA**	**ȘCOALA GIMNAZIALĂ „VLAICU VODĂ" SLATINA**	**ȘCOALA GIMNAZIALĂ Nr. 2 CARACAL**

***Concursul Regional de Matematică "Magia Numerelor" ediția a XI –a,* înscris in CAERI –fără finanțare, aprobat de M.E.C. cu nr. 26149/12.02.2020, poziția 1333 și avizat de ISJ Olt cu nr. 14759/27.12.2021**

4 iunie 2022

Clasa a VIII-a

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

(5p) 1. Numărul natural care dă câtul 1 și restul 6 la împărțirea cu 7 este:

a)6 b)13 c)24 d)42

(5p) 2. Numărul care reprezintă $\frac{2}{5}$ din 165 este:

a) 25 b)50 c) 55 d)66

(5p) 3. Următorul număr din șirul – 62, – 37, – 12 ,….este:

a)-13 b)0 c) 13 d) 25

(5p) 4. Dintre numerele $\frac{15}{4}$; $3,(3)$; $\frac{41}{12}$ și 3,33, cel mai mic este:

$a)\ \frac{41}{12}$ $b)\ \frac{15}{4}$ $c)\ 3{,}33$ $d)\ 3,(3)$

(5p) 5. Patru elevi, Radu, Alexandru, Vlad și Eva, calculează numărul elementelor naturale din mulțimea: $\{1, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, .. \sqrt{99}\}$.

Rezultatele sunt înregistrate în tabelul următor.

Dintre cei patru elevi, cel care a numărat corect este:

a)Radu b) Alexandru c) Vlad d) Eva

Radu	99
Alexandru	45
Vlad	9
Eva	5

(5p) 6. În tabelul următor a fost înregistrată distribuția numărului de elevi ai clasei a 8-a, care au participat la olimpiadele de matematică, română, fizică și geografie:

Disciplina	matematică	română	fizică	geografie
Număr elevi	12	6	7	2

Fiecare elev participă doar la una din olimpiadele școlare de matematica, română, fizică și geografie. Un elev afirmă că: "Elevii clasei care au participat la olimpiada de fizică reprezintă 50% din numărul celor care au participat la matematică sau geografie". Afirmația făcută este:

a) adevărată b) falsă

SUBIECTUL al II-lea – ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. În figura alăturată sunt reprezentate, în această ordine, punctele coliniare A, B, M și C. Știind că punctul M este mijlocul segmentului AC, iar $AB = 2\text{cm}$ și $BM = 3\text{cm}$, lungimea segmentului AC este egală cu:

a) 4 cm b) 5 cm c) 6 cm d) 10cm

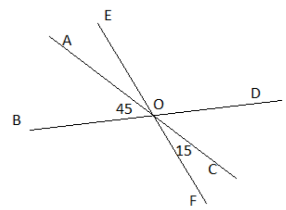
MINISTERUL EDUCAȚIEI	UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI	INSPECTORAUL ŞCOLAR JUDEŢEAN OLT	LICEUL CU PROGRAM SPORTIV SLATINA	ŞCOALA GIMNAZIALĂ „VLAICU VODĂ” SLATINA	ŞCOALA GIMNAZIALĂ Nr. 2 CARACAL

***Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediția a XI –a,* înscris in CAERI –fără finanțare, aprobat de M.E.C. cu nr. 26149/12.02.2020, poziția 1333 și avizat de ISJ Olt cu nr. 14759/27.12.2021**

4 iunie 2022

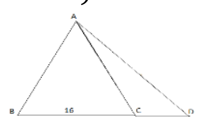
(5p) 2. În figura alăturată dreptele *AC, BD, EF* sunt concurente în punctul *O*, măsura unghiului *AOB* este de 45^o, iar măsura unghiului *COF* este de 15^o. Măsura unghiului *EOD* este egală cu:

$a)$ 120^0 $b)$ 90^0 $c)$ 60^0 $d)$ 50^0



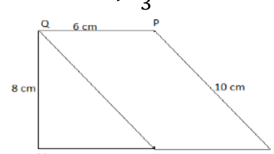
(5p) 3. În figura alăturată este reprezentat un triunghi echilateral *ABC* cu latura de lungime 16 cm. Se consideră punctul *C* situat între *B* și *D*, astfel încât lungimea segmentului *CD* să fie $8(\sqrt{3}-1)$ cm. Atunci măsura unghiului *CAD* este egală cu:

$a)$ 15^0 $b)$ 30^0 $c)$ 60^0 $d)$ 120^0



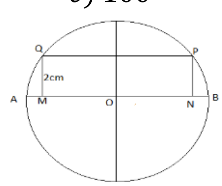
(5p) 4. Figura alăturată reprezintă schița unei grădini. Suprafata paralelogramului *NOPQ* este cultivată cu lalele, iar a triunghiului dreptunghic *MNQ* este cultivată cu zambile.Valoarea raportului dintre suprafața cultivată cu lalele și suprafața grădinii este:

$a)$ $\frac{1}{4}$ $b)$ $\frac{1}{3}$ $c)$ $\frac{2}{3}$ $d)$ $\frac{3}{2}$



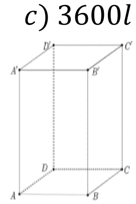
(5p) 5. În figura alăturată punctele *A* şi *B* sunt diametral opuse, pe cercul de centru *O* și rază de lungime 4 cm, iar patrulaterul *MNPQ* este dreptunghi. Dacă *MQ*= 2cm măsura arcului *QP* este:

$a)$ 60^0 $b)$ 90^0 $c)$ 100^0 $d)$$120^0$



(5p) 6. O piscină în formă de paralelipiped are dimensiunile de: *20 m*, *6 m* și o adâncime de *2 m*. La sfârșitul unei zile de vară, nivelul apei scade cu *3 cm*. Câți litri de apă se pierd în 2 zile?

$a)$ $1200l$ $b)$ $1800l$ $c)$ $3600l$ $d)$ $7200l$



					
MINISTERUL EDUCAȚIEI	**UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI**	**INSPECTORAUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT**	**LICEUL CU PROGRAM SPORTIV SLATINA**	**ȘCOALA GIMNAZIALĂ „VLAICU VODĂ” SLATINA**	**ȘCOALA GIMNAZIALĂ Nr. 2 CARACAL**

***Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediția a XI –a,* înscris in CAERI –fără finanțare, aprobat de M.E.C. cu nr. 26149/12.02.2020, poziția 1333 și avizat de ISJ Olt cu nr. 14759/27.12.2021**
4 iunie 2022

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete. **(30 de puncte)**

1. Trei prietene, Alina, Constanta și Maria au cumpărat împreună trei pizza, câte una pentru fiecare, care au costat 90 lei. Cele trei prietene au dat Sorinei $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3}$, respectiv $\frac{1}{2}$ din pizza fiecăreia.

(2p) a) Sorina afirmă: ,,A*m mâncat o pizza întreagă.”*. Afirmația Sorinei este adevărată? Argumentați.

(3p) b) Dacă primele două prietene au achitat sume direct proporționale cu cantitatea de pizza consumată, iar Maria a plătit diferența, aflați ce sumă a plătit Maria.

2. Se consideră expresia $E(x) = (x-21)(x-23) - 2(x-22) + 2$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $(x-21)(x-23) = (x-22)^2 - 1$, pentru orice număr real x.

(3p) b) Demonstrează că $E(n)$ este pătrat perfect, pentru orice n număr natural .

3. Se consideră funcția $f: R \to R$, $f(x) = -2x + 8$.

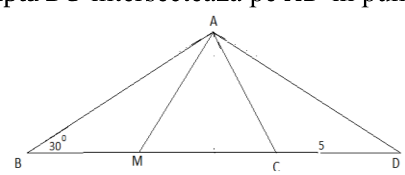
(2p) a) Determină coordonatele punctelor de intersecție ale graficului funcției cu axele de coordonate *Ox* și *Oy*.

(3p) b) În sistemul de axe ortogonale xOy, A este punctul de intersecție al graficului funcției f cu axa absciselor Ox, iar B este punctul de intersecție al graficului funcției f cu axa ordonatelor Oy. Determină coordonatele punctului M situat pe axa Ox, egal depărtat de A și B.

4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic ABC, cu ipotenuza $BC = 10$ cm, iar $\angle B = 30^o$. Pe semidreapta BC se consideră punctul *D*, astfel încât C se află între B și D, iar $CD = 5$cm.

(2p) a) Dacă Meste mijlocul laturii BC arată că triunghiul *MAD* este dreptunghic.

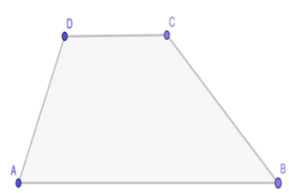
(3p) b) Perpendiculara în C pe dreapta BC intersectează pe *AD* în punctul P. Calculați lungimea segmentului *CP*.



5. În figura alăturată este reprezentat trapezul *ABCD*, *AB* // *CD*, baza mare *AB* = 48 cm, baza mică *CD* = 20 cm, iar laturile neparalele *AD* = 20 cm și *BC* = $12\sqrt{2}$ cm.

(3p) a) Arătați că măsura unghiului *B* al trapezului este egală cu 45°.

(2p) b) Calculați distanța de la *A* la *BC*.



6. În figura alăturată este reprezentat cubul *ABCDEFGH* cu $AB = 12$cm.

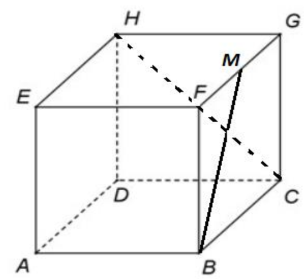
(2p) a) Arătați că aria totală a cubului este egală cu $864cm^2$.

(3p) b) Știind că M este mijlocul laturii FG, arătați că valoarea cosinusului unghiului dintre dreptele CHși BM este $\frac{\sqrt{10}}{5}$

MINISTERUL EDUCAȚIEI	UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI	INSPECTORAUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT	LICEUL CU PROGRAM SPORTIV SLATINA	ŞCOALA GIMNAZIALĂ „VLAICU VODĂ” SLATINA	ŞCOALA GIMNAZIALĂ Nr. 2 CARACAL

***Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediția a XI –a,* înscris in CAERI –fără finanțare, aprobat de M.E.C. cu nr. 26149/12.02.2020, poziția 1333 și avizat de ISJ Olt cu nr. 14759/27.12.2021**

4 iunie 2022



SUBIECTUL al IV-lea- PERFORMANȚĂ (20 puncte**)**

1. Fie $f: R \to R, f(x) = ax + b, a$ și b numere naturale. Ştiind că $f(\sqrt{24}) = \frac{1}{5-\sqrt{24}}$ să se rezolve în N^* ecuaţia: $f(1) + f(2) + \ldots + f(n) = 30$.

2. Demonstraţi că $\frac{a+b}{\sqrt{a^2+b^2}} \in \left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}, \sqrt{2}\right], \forall a, b > 0$.

Notă: 10 puncte din oficiu
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore

MINISTERUL EDUCAȚIEI	UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI	INSPECTORAUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT	LICEUL CU PROGRAM SPORTIV SLATINA	ȘCOALA GIMNAZIALĂ „VLAICU VODĂ" SLATINA	ȘCOALA GIMNAZIALĂ Nr. 2 CARACAL

***Concursul Regional de Matematică "Magia Numerelor" ediția a XI –a,* înscris in CAERI –fără finanțare, aprobat de M.E.C. cu nr. 26149/12.02.2020, poziția 1333 și avizat de ISJ Olt cu nr. 14759/27.12.2021**
4 iunie 2022

Clasa a IX-a M1

Subiectul I (10 puncte**)**

Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația: $x = 2017\sqrt[3]{x} + 2016$.

Subiectul al II-lea (20 puncte**)**

Fie $x \in [0°, 90°)$. Demonstrați că are loc inegalitatea: $2 + tg\, x > 4 \sin x$

Subiectul al III-lea (30 puncte**)**

Să se rezolve în $Z \times Z$, ecuația: $\sqrt{x^4 - y} + \sqrt{x^3 - y} = x^2$

Subiectul al IV-lea (30 puncte)

Dacă ABC este un triunghi cu lungimile laturilor $a, b, c \in (0,1) \cup (1, \infty)$ şi n este un număr natural, atunci demonstraţi inegalitatea $\sum \frac{a(a^{n+1}-1)}{(a-1)(b+c-a)} \geq \sum \frac{a^{n+1}-1}{a-1}$.

Notă: 10 puncte din oficiu
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore

MINISTERUL EDUCAȚIEI	**UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI**	**INSPECTORAUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT**	**LICEUL CU PROGRAM SPORTIV SLATINA**	**ŞCOALA GIMNAZIALĂ „VLAICU VODĂ” SLATINA**	**ŞCOALA GIMNAZIALĂ Nr. 2 CARACAL**

***Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediția a XI –a,* înscris in CAERI –fără finanțare, aprobat de M.E.C. cu nr. 26149/12.02.2020, poziția 1333 și avizat de ISJ Olt cu nr. 14759/27.12.2021**

4 iunie 2022

Clasa a IX-a M2

Subiectul I (10 puncte**)**

Se consideră $ABCD$ un paralelogram cu M mijlocul lui AB şi $N \in DM$ astfel încât $2MN = ND$.

a) Să se scrie vectorul $\vec{AN}$ în funcție de vectorii $\vec{AB}$şi $\vec{AD}$.

b) Să se arate că punctele $A,\ N,\ C$ sunt coliniare.

c) Dacă $DM \cap BC = \{P\}$, atunci să se arate că $\frac{\vec{DN}}{\vec{PM}} = -\frac{2}{3}$.

Subiectul al II-lea (20 puncte**)**

Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația: $(x+2016)^2 + (x+2017)^3 + (x+2018)^4 = 2$.

Subiectul al III-lea (30 puncte**)**

a) Să se rezolve ecuaţia: $4x^2 - 4 \cdot [sin\, a + 2\, sin\, b\, cos(\, a+b)]x - [cos\, a - 2\, cos\, b\, cos(\, a+b)]^2 = 0$; $\forall a, b \in R$,

b) Arătaţi că:

$[1 - sin\, a - 2\, sin\, b\, cos(\, a+b)] \cdot [1 + sin\, a + 2\, sin\, b\, cos(\, a+b)] = [cos\, a - 2\, cos\, b\, cos(\, a+b)]^2$, $\forall a, b \in R$.

Subiectul al IV-lea (30 puncte**)**

Determinaţi toate perechile (x, y) de numere reale astfel încât $|x+1| + |x-2| + |y-3| + |x-y| = 4$

Notă: 10 puncte din oficiu

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore

MINISTERUL EDUCAȚIEI	**UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI**	**INSPECTORAUL ŞCOLAR JUDEŢEAN OLT**	**LICEUL CU PROGRAM SPORTIV SLATINA**	**ŞCOALA GIMNAZIALĂ „VLAICU VODĂ” SLATINA**	**ŞCOALA GIMNAZIALĂ Nr. 2 CARACAL**

***Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediția a XI –a,* înscris in CAERI –fără finanțare, aprobat de M.E.C. cu nr. 26149/12.02.2020, poziția 1333 și avizat de ISJ Olt cu nr. 14759/27.12.2021**
4 iunie 2022

Clasa a X-a M1

Subiectul I (10 puncte**)**

Se consideră un număr real *x* strict pozitiv și un șir $(a_n)_{n\geq 0}$ definit prin $a_n(x) = \left(\sqrt{x}\right)^{100-n} \cdot \left(\sqrt[3]{x}\right)^n, \forall\, n \in N.$

a) Arătați că există un termen al șirului care este independent de *x*.

b) Determinați numărul natural n pentru care $a_n\left(\sqrt[10]{2}\right) = 16.$

Subiectul al II-lea (20 puncte**)**

Câte funcții strict crescătoare de tipul $f\colon\{1,2,\ldots,m\} \to \{1,2,\ldots,n\}$, există? unde $m, n \in N^*$.

Subiectul al III-lea (30 puncte**)**

Să se rezolve în R ecuația: sin x + $\sqrt{3}$ cos x = $\sqrt{5 + \cos\left(\frac{\pi}{3} + 4x\right)}$

Subiectul al IV-lea (30 puncte)

Rezolvaţi în mulţimea R ecuația $(x^2+1)\cdot(4^{\frac{x}{x^2+1}} - log_4(\,x^4 - 4x + 5)) = x^6 + x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 5x + 5.$

Notă: 10 puncte din oficiu
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore

MINISTERUL EDUCAȚIEI	**UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI**	**INSPECTORAUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT**	**LICEUL CU PROGRAM SPORTIV SLATINA**	**ȘCOALA GIMNAZIALĂ „VLAICU VODĂ” SLATINA**	**ȘCOALA GIMNAZIALĂ Nr. 2 CARACAL**

***Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediția a XI –a,* înscris in CAERI –fără finanțare, aprobat de M.E.C. cu nr. 26149/12.02.2020, poziția 1333 și avizat de ISJ Olt cu nr. 14759/27.12.2021**

4 iunie 2022

Clasa a X-a M2

Subiectul I (10 puncte**)**

Să se demonstreze formula $\frac{C_n^k}{k+1}=\frac{C_{n+1}^{k+1}}{n+1}$ și apoi să se calculeze suma: $\boldsymbol{S=C_n^0+\frac{C_n^1}{2}+\frac{C_n^2}{3}+\ldots+\frac{C_n^n}{n+1}}$.

Subiectul al II-lea (20 puncte**)**

Se consideră funcția $f: R\to R^*, f(x)=3^x+3^{-x}$.

a) Demonstrați că $f(x)+f(-x)\geq 4$ pentru orice număr real *x*.

b) Rezolvați ecuația $f(x)=\frac{2}{\sqrt{x^{2022}+1}}$, pentru orice număr real *x*.

Subiectul al III-lea (30 puncte**)**

Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[5]{x^7-6x^4}=\sqrt[7]{x^5+6x^4}$

Subiectul al IV-lea (30 puncte**)**

Rezolvați ecuația $27^x+9^x+8^x+4^x=6^x(3^x+2^x+2)$.

Notă: 10 puncte din oficiu

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore

MINISTERUL EDUCAȚIEI	UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI	INSPECTORAUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT	LICEUL CU PROGRAM SPORTIV SLATINA	ŞCOALA GIMNAZIALĂ „VLAICU VODĂ” SLATINA	ŞCOALA GIMNAZIALĂ Nr. 2 CARACAL

***Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediția a XI –a,* înscris in CAERI –fără finanțare, aprobat de M.E.C. cu nr. 26149/12.02.2020, poziția 1333 și avizat de ISJ Olt cu nr. 14759/27.12.2021**

4 iunie 2022

Clasa a XI-a M1

Subiectul I (10 puncte**)**

Fie $A, B \in M_n(\boldsymbol{C})$ cu proprietatea că $AB = A$ *și* $BA = B$.

a) Să se arate că există $k \in N$, astfel încât $(A - B)^k = O_n$

b) Să se arate că $|\det(A + B - I_n)| = 1$.

Subiectul al II-lea (20 puncte)

Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x\left(x^{\frac{1}{x}} + x^{\frac{2}{x}} + \ldots + x^{\frac{n}{x}} - n\right)}{\ln x}$, unde $n \in \boldsymbol{N}^*$.

Subiectul al III-lea (30 puncte**)**

Se consideră funcţia $f: R \to R$, $f(x) = \frac{ax^2+bx+1}{\sqrt{x^2+1}}$.

a) Pentru *a=0*, *b=1*, să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0}$;

b) Pentru *a=0 și b=1*, să se arate că $\forall x \in [0;1] \Rightarrow 1 \le f(x) \le \sqrt{2}$;

c) Să se determine $a, b \in R$ astfel încât dreapta $y = x + 4$ să fie asimptotă oblică la $+\infty$ la graficul funcției *f(x)***.**

Subiectul al IV-lea (30 puncte)

Dacă $n > 1$ este un număr natural, atunci demonstraţi că există $c \in (0,1)$ astfel încât $\left[\frac{c}{1} + \frac{c^2}{2} + \ldots + \frac{c^{n-1}}{n-1}\right] = 0$, unde am notat cu [x] partea întreagă a numărului real x.

Notă: 10 puncte din oficiu

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore

MINISTERUL EDUCAȚIEI	**UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI**	**INSPECTORAUL ŞCOLAR JUDEŢEAN OLT**	**LICEUL CU PROGRAM SPORTIV SLATINA**	**ŞCOALA GIMNAZIALĂ „VLAICU VODĂ” SLATINA**	**ŞCOALA GIMNAZIALĂ Nr. 2 CARACAL**

***Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediția a XI –a,* înscris in CAERI –fără finanțare, aprobat de M.E.C. cu nr. 26149/12.02.2020, poziția 1333 și avizat de ISJ Olt cu nr. 14759/27.12.2021**

4 iunie 2022

Clasa a XI-a M2

Subiectul I (10 puncte**)**

Fie funcțiile $f, g : [a,b] \to [a,b]$ continue și g surjectivă. Arătați că ecuația $f(x) + f(a+b-x) = 2g(x)$ are cel puțin o soluție reală.

Subiectul al II-lea (20 puncte**)**

Fie $a, b \in \boldsymbol{C}$, $n \in \boldsymbol{N}^*$ și matricea $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ -b & a & 0 \\ b & 0 & a \end{pmatrix}$. Calculați A^n.

Subiectul al III-lea (30 puncte**)**

Fie $A \in \mathcal{M}_3(\boldsymbol{R})$ cu proprietatea că $A^3 - 3A + 2I_3 = O_3$.

a) Demonstrați că matricea A este inversabilă.

b) Demonstrați că dacă matricea $A - I_3$ este inversabilă, atunci matricea $A+2I_3$ nu este inversabilă.

c) Calculați $\left| det\,(A^2 + 2A^{-1}) \right|$.

Subiectul al IV-lea (30 puncte)

Fie $f: \boldsymbol{R} \to \boldsymbol{R}$ o funcție cu proprietatea că $\left| f(x) - e^x \right| \le 2x^2$, pentru orice număr real x. Demonstrați că funcția f este derivabilă în punctul 0 și calculați $f'(0)$.

Notă: 10 puncte din oficiu

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore

MINISTERUL EDUCAȚIEI	UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI	INSPECTORAUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT	LICEUL CU PROGRAM SPORTIV SLATINA	ȘCOALA GIMNAZIALĂ „VLAICU VODĂ” SLATINA	ȘCOALA GIMNAZIALĂ Nr. 2 CARACAL

***Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediția a XI –a,* înscris in CAERI –fără finanțare, aprobat de M.E.C. cu nr. 26149/12.02.2020, poziția 1333 și avizat de ISJ Olt cu nr. 14759/27.12.2021**

4 iunie 2022

Clasa a XII-a M1

Subiectul I (30 puncte)

(5p) 1. Arătați că numărul p este întreg, $p=\log_{\frac{1}{2}}(\sqrt[3]{5}-1)+\log_{\frac{1}{2}}(\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{5}+1)$.

(5p) 2. Determinați imaginea funcției *f : [−1, 1] → R, f(x) = min(x + 1,−2x + 1)*

(5p) 3. Să se determine numărul real x știind că numerele *x+1, 2x – 3* și *x – 3* sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice și să se găsească rația acestei progresii.

(5p) 4. Într-un atelier auto au intrat la reparat 9 mașini la care trebuiau repartizați 3 mecanici. Fiecărui mecanic i se repartizau 3 mașini. În câte moduri se putea face repartizarea?

(5p) 5. Se consideră dreptele $d_1: x+y=0$ și $d_2: 4x-y-10=0$ și punctul $A(0{,}5)$. Să se calculeze aria triunghiului determinat de vârfurile *A*, *O* centrul reperului cartezian și punctul de intersecție al dreptelor d_1 *și* d_2

(5p) 6. Fie triunghiul *ABC* cu *AB = 7, AC = 4, BC = a* și m*(∢BAC) = 120*. Să se determine intervalul căruia îi aparține numărul real *a*.

Subiectul al II-lea (30 puncte)

1.Se consideră triunghiul *ABC* cu laturile *AB=c*, *AC=b și BC=a* și sistemul

$$\begin{cases} ay+bx=c \\ cx+az=b \\ bz+cy=a \end{cases}$$

(5p) a) Să se arate că triunghiul *ABC* este dreptunghic dacă soluția sistemului este tripletul $(\frac{4}{5},\frac{3}{5},0)$.

(5p) b) Să se studieze compatibilitatea sistemului.

(5p) c) Demonstrați că dacă *x*, *y*, *z* sunt componentele soluției sistemului și $x^2-y^2+z^2=1$ atunci triunghiul este dreptunghic.

2. Se consideră pe *R* legea de compoziție dată de relația $x*y=xy-5x-5y+30$ și multimea $M=(5,\infty)$.

(5p) a) Să se determine simetricul lui 6 în raport cu legea „$*$ ".

(5p) b) Să se arate că (M, $*$) este grup abelian.

(5p) c) Fie în (M, $*$) sistemul $\begin{cases} x*y=z \\ y*z=x \\ z*x=y \end{cases}$, să se calculeze *x∗y∗z*, unde *(x, y, z)* este soluție a sistemului.

Subiectul al III-lea (30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: R \to R, f(x)=arctgx$

(5p) a) Să se determine coordonatele punctului de inflexiune.

(5p) b) Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției f în $x=\sqrt{3}$

(5p) c) Rezolvați inecuația $f(x)<x-\frac{x^3}{3}$

2. Se consideră șirul $(I_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ definit prin $I_n=\int_0^1 \frac{x^n}{4x+5}dx, \forall n\in\mathbb{N}^*$.

					
MINISTERUL EDUCAȚIEI	**UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI**	**INSPECTORAUL ŞCOLAR JUDEŢEAN OLT**	**LICEUL CU PROGRAM SPORTIV SLATINA**	**ŞCOALA GIMNAZIALĂ „VLAICU VODĂ” SLATINA**	**ŞCOALA GIMNAZIALĂ Nr. 2 CARACAL**

***Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediția a XI –a,* înscris in CAERI –fără finanțare, aprobat de M.E.C. cu nr. 26149/12.02.2020, poziția 1333 și avizat de ISJ Olt cu nr. 14759/27.12.2021**

4 iunie 2022

(5p) a) Să se calculeze I_2.

(5p) b) Să se arate că șirul $(I_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ verifică relația $4I_{n+1}+I_n=\frac{1}{n+1},\ \forall n\in\mathbb{N}^*$.

(5p) c) Să se determine $\lim\limits_{n\to\infty} nI_n$

Subiectul al IV-lea -PERFORMANȚĂ (20 puncte)

Fie $f:[-1,1]\to\mathbf{R}$ o funcție continuă și impară și $n\in\mathbf{N}^*$. Calculați

$$I=\int_{-1}^{1}\frac{x^{2n}}{1+e^{-f(x)}}dx\ .$$

Notă: 10 puncte din oficiu

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore

MINISTERUL EDUCAȚIEI	**UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI**	**INSPECTORAUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT**	**LICEUL CU PROGRAM SPORTIV SLATINA**	**ȘCOALA GIMNAZIALĂ „VLAICU VODĂ” SLATINA**	**ȘCOALA GIMNAZIALĂ Nr. 2 CARACAL**

***Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediția a XI –a,* înscris in CAERI –fără finanțare, aprobat de M.E.C. cu nr. 26149/12.02.2020, poziția 1333 și avizat de ISJ Olt cu nr. 14759/27.12.2021**

4 iunie 2022

Clasa a XII-a M2

Subiectul I (30 puncte)

5p 1. Se consideră numărul complex $z = 2 - 3i$. Arătaţi că $z^2+12i = -5$.

5p 2. Determinaţi numărul real m ştiind că punctul $M(m, 1)$ aparţine graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3$.

5p 3. Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(2x-3) = 2$.

5p 4. Determinaţi numărul submulţimilor cu număr impar de elemente ale mulţimii $A = \{1, 2, 3, 4, 7, 9\}$.

5p 5. Determinaţi numărul real a pentru care dreptele de ecuaţii $y = (a+1)x + 10$ şi $y = -2x - 3$ sunt perpendiculare.

5p 6. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A. Arătaţi că $\sin B \cdot \cos C + \sin C \cdot \cos B = 1$.

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

1. Se consideră matricele $A(x) = \begin{pmatrix} 0 & x \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p a). Calculaţi det $A(2020)$.

5p b). Calculaţi $A(3)+A^2(3)$.

5p c). Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia matriceală $A(1)\cdot X = 2020\cdot I_2$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = 4(x+y-3) - xy$.

5p a). Arătaţi că $x * y = 4 - (x-4)(y-4)$, pentru orice numere reale x şi y.

5p b). Demonstraţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.

5p c). Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x * x * x = x$.

SUBIECTUL al III-lea (30 puncte)

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = x\ln x - x + 4$.

5p a). Calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$.

5p b). Arătaţi că $f'(x) = \ln x$, $x \in (0,+\infty)$. Scrieţi ecuaţia tangentei în $x=1$.

5p c). Arătaţi că $f(x) \geq 3$, pentru orice $x \in (0,+\infty)$.

2. Se consideră funcţia $f:(-3,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2+8x+15}$.

5p a). Arătaţi că $\int_0^{2020}(x+5)(x+3)f(x)dx = 2020$.

5p b). Arătaţi că $\int_{-1}^{1} f(x)\cdot f'(x)dx = -\frac{1}{144}$.

5p c). Determinaţi numărul real a, $a > 0$, ştiind că $\int_0^a f(x)dx = \frac{1}{2}\ln\frac{10}{9}$.

MINISTERUL EDUCAȚIEI	**UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI**	**INSPECTORAUL ŞCOLAR JUDEŢEAN OLT**	**LICEUL CU PROGRAM SPORTIV SLATINA**	**ŞCOALA GIMNAZIALĂ „VLAICU VODĂ” SLATINA**	**ŞCOALA GIMNAZIALĂ Nr. 2 CARACAL**

***Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediția a XI –a,* înscris in CAERI –fără finanțare, aprobat de M.E.C. cu nr. 26149/12.02.2020, poziția 1333 și avizat de ISJ Olt cu nr. 14759/27.12.2021**

4 iunie 2022

Subiectul al IV-lea -PERFORMANȚĂ (20 puncte)

1. Fie $(Z_{10}, +, \cdot)$ inelul claselor de resturi:

a) Determinaţi produsul elementelor inversabile în raport cu înmulțirea.

b) Rezolvați în Z_{10} ecuaţia: $\hat{3}x^2+\hat{4}=\hat{2}$

2. Calculați: $\int_0^2 e^{x^3+5x}(6x^2+10)\, dx$

Notă: 10 puncte din oficiu

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore