

**Examenul de bacalaureat național 2022**  
**Proba E. c)**  
**Matematică  $M_{pedagogic}$**

**Varianta 3**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $(\sqrt{3}+1)^2 - (\sqrt{3}-1)^2 = \sqrt{48}$ .
- 5p** 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + 1$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = -2x + 5$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{x-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2x}$ .
- 5p** 4. Determinați câte numere naturale impare de două cifre se pot forma cu cifrele 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 și 8.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(0,2)$ ,  $B(5,2)$  și  $C(6,6)$ . Determinați distanța de la punctul  $B$  la mijlocul segmentului  $AC$ .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $ABC$  cu  $AB = 9$ ,  $AC = 12$  și  $BC = 15$ . Arătați că  $\sin B + \sin C = \frac{7}{5}$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = -\frac{1}{3}xy + \frac{1}{3}(x+y) + \frac{2}{3}$ .

- 5p** 1. Arătați că  $4 * 2 = 0$ .
- 5p** 2. Demonstrați că  $x * y = -\frac{1}{3}(x-1)(y-1) + 1$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** 3. Determinați numărul real  $x$  pentru care  $4 * x = x$ .
- 5p** 4. Arătați că  $e = -2$  este elementul neutru al legii de compoziție „\*”.
- 5p** 5. Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $x * x = -2$ .
- 5p** 6. Arătați că  $\frac{1}{x} * \frac{1}{x} \leq 1$ , pentru orice număr real nenul  $x$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

Se consideră matricele  $A(x, y) = \begin{pmatrix} x & y \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  și  $y$  sunt numere reale.

- 5p** 1. Arătați că  $\det B = 2$ .
- 5p** 2. Arătați că  $\det(A(2n, 2n+1))$  este număr natural impar, pentru orice număr natural nenul  $n$ .
- 5p** 3. Arătați că  $A(2x, 0) + A(0, 2x) = 2A(x, x)$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p** 4. Determinați numerele reale  $x$  și  $y$ , astfel încât  $A(x, y) \cdot B = B \cdot A(x, y)$ .
- 5p** 5. Determinați numărul real strict pozitiv  $x$ , știind că suma elementelor matricei  $A(\log_3 x, 1)$  este egală cu 5.
- 5p** 6. Determinați numerele reale  $x$  și  $y$ , știind că  $A(x, y) \cdot A(x, y) = 2I_2$ .

**Examenul național de bacalaureat 2022**  
**Proba E. c)**  
**Matematică  $M_{pedagogic}$**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 3**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$(\sqrt{3}+1)^2 = 4+2\sqrt{3}$ , $(\sqrt{3}-1)^2 = 4-2\sqrt{3}$ $(4+2\sqrt{3})-(4-2\sqrt{3}) = 4\sqrt{3} = \sqrt{48}$	3p 2p
2.	$2x+1 = -2x+5$ , deci $x=1$ $f(1)=3$ , deci coordonatele punctului de intersecție sunt $(1,3)$	2p 3p
3.	$3^{x-2} = 3^{2x}$ , de unde obținem $x-2 = 2x$ $x = -2$	3p 2p
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 4 moduri Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 8 moduri, deci se pot forma $4 \cdot 8 = 32$ de numere naturale impare de două cifre	2p 3p
5.	$x_M = 3$ și $y_M = 4$ , unde $M$ este mijlocul segmentului $AC$ $BM = \sqrt{(3-5)^2 + (4-2)^2} = 2\sqrt{2}$	3p 2p
6.	$AB^2 + AC^2 = BC^2$ , deci triunghiul $ABC$ este dreptunghic în $A$ $\sin B + \sin C = \frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$	3p 2p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	$4 * 2 = -\frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 2 + \frac{1}{3}(4+2) + \frac{2}{3} =$ $= -\frac{8}{3} + \frac{6}{3} + \frac{2}{3} = 0$	3p 2p
2.	$x * y = -\frac{1}{3}xy + \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}y + \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}x(y-1) + \frac{1}{3}(y-1) + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} =$ $= -\frac{1}{3}x(y-1) + \frac{1}{3}(y-1) + 1 = -\frac{1}{3}(x-1)(y-1) + 1$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$	3p 2p
3.	$4 * x = -\frac{1}{3}(4-1)(x-1) + 1 = -x + 2$ , pentru orice număr real $x$ $-x + 2 = x$ , deci $x = 1$	2p 3p
4.	$(-2) * x = -\frac{1}{3}(-2-1)(x-1) + 1 = x - 1 + 1 = x$ , pentru orice număr real $x$ $x * (-2) = -\frac{1}{3}(x-1)(-2-1) + 1 = x - 1 + 1 = x$ , pentru orice număr real $x$ , deci $e = -2$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”	2p 3p

5.	$x * x = -\frac{1}{3}(x-1)^2 + 1$ , pentru orice număr real $x$	2p
	$-\frac{1}{3}(x-1)^2 + 1 = -2 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 9$ , de unde obținem $x = -2$ sau $x = 4$	3p
6.	$-\frac{1}{3}\left(\frac{1}{x}-1\right)^2 + 1 \leq 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{3}\left(\frac{1}{x}-1\right)^2 \leq 0$	3p
	$\left(\frac{1}{x}-1\right)^2 \geq 0$ , deci $\frac{1}{x} * \frac{1}{x} \leq 1$ , pentru orice număr real nenul $x$	2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	$\det B = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 - 2 \cdot (-1) =$	3p
	$= 0 + 2 = 2$	2p
2.	$A(2n, 2n+1) = \begin{pmatrix} 2n & 2n+1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ , de unde obținem $\det(A(2n, 2n+1)) = 2n - 1$ , pentru orice număr natural nenul $n$	3p
	$2n - 1$ este număr natural impar, pentru orice număr natural nenul $n$	2p
3.	$A(2x, 0) + A(0, 2x) = \begin{pmatrix} 2x & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 2x \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x & 2x \\ 2 & 4 \end{pmatrix} =$	3p
	$= 2 \cdot \begin{pmatrix} x & x \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = 2A(x, x)$ , pentru orice număr real $x$	2p
4.	$\begin{pmatrix} x & y \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & y \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x-y & 2x \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+2 & y+4 \\ -x & -y \end{pmatrix}$	3p
	$x = 1$ și $y = -2$	2p
5.	$A(\log_3 x, 1) = \begin{pmatrix} \log_3 x & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ , deci suma elementelor matricei este $4 + \log_3 x$	3p
	$4 + \log_3 x = 5 \Leftrightarrow \log_3 x = 1$ , de unde obținem $x = 3$ , care convine	2p
6.	$A(x, y) \cdot A(x, y) = \begin{pmatrix} x^2 + y & xy + 2y \\ x + 2 & y + 4 \end{pmatrix}$ , $2I_2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	2p
	$\begin{pmatrix} x^2 + y & xy + 2y \\ x + 2 & y + 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ , de unde obținem $x = -2$ și $y = -2$	3p