

**Simulare, Bacalaureat, mai 2022
Proba E. c)
Matematică M_tehnologic**



Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de trei ore.**

SUBIECTUL I
(30 de puncte)

- | | |
|-----------|--|
| 5p | 1. Arătați că $\sqrt{12}(\sqrt{3} - 3\sqrt{2}) + \sqrt{8}(3\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 2$. |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 5$. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $f(x) \geq 2f(1) + 4$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $10^{6-2x} = 100^2$. |
| 5p | 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr x din mulțimea $A = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, numărul x^2 să fie număr impar. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2, 4)$, $B(1, 1)$ și $C(a, b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a și b , știind că punctul A este mijlocul segmentului BC . |
| 5p | 6. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A , $AB = 12$ și $BC = 13$. Determinați $\sin B$. |

SUBIECTUL al II-lea
(30 de puncte)

- | | |
|-----------|---|
| | 1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ și $C(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, unde x este număr real. |
| 5p | a) Arătați că $\det A = -5$. |
| 5p | b) Arătați că $\det(A + C(-1)) = \det B$. |
| 5p | c) Determinați numărul real x pentru care $C(x) \cdot A - A \cdot C(x) = B$. |
| | 2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = -xy + x + y$. |
| 5p | a) Calculați $1 * 2022$. |
| 5p | b) Arătați că $x * y = -(x-1) \cdot (y-1) + 1$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x * 5^x = 1$. |

SUBIECTUL al III-lea
(30 de puncte)

- | | |
|-----------|--|
| | 1. Se consideră funcția $f: (-2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x-2}{x+2}$. |
| 5p | a) Calculați $f'(x)$, $x \in (-2, \infty)$. |
| 5p | b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f . |
| 5p | c) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f . |
| | 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + 2x$ și $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = e^x + x^2 + 2022$. |
| 5p | a) Calculați $\int_1^2 (f(x) - e^x) dx$. |
| 5p | b) Arătați că funcția F este o primitivă a funcției f . |
| 5p | c) Calculați $\int_0^1 f(x) \cdot F(x) dx$. |



Bacalaureat, mai 2022
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\sqrt{12}(\sqrt{3}-3\sqrt{2})+\sqrt{8}(3\sqrt{3}-\sqrt{2})=2\cdot 3-6\sqrt{6}+6\sqrt{6}-4=$ $=6-4=2.$	3p 2p
2.	$f(x)\geq 2f(1)+4\Leftrightarrow 3x-5\geq 2\cdot(-2)+4\Leftrightarrow 3x-5\geq 0$ $\Leftrightarrow x\geq \frac{5}{3}\Leftrightarrow x\in\left[\frac{5}{3},\infty\right).$	3p 2p
3.	$10^{6-2x}=(10^2)^2\Leftrightarrow 10^{6-2x}=10^4\Leftrightarrow 6-2x=4$ $\Leftrightarrow 2x=2\Leftrightarrow x=1.$	3p 2p
4.	<p>Numărul de elemente din mulțimea A este egal cu 6 Numerele care convin sunt 5,7,9.</p> $P=\frac{\text{nr.caz.favorabile}}{\text{nr.caz.posibile}}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}.$	2p 2p 1p
5.	<p>A mijlocul segmentului BC are coordonatele</p> $x_A=\frac{x_B+x_C}{2}=\frac{1+a}{2}=2$ $y_A=\frac{y_B+y_C}{2}=\frac{1+b}{2}=4$ $\Rightarrow a=3, b=7.$	3p 2p
6.	$BC^2=AB^2+AC^2\Leftrightarrow 13^2=12^2+AC^2\Leftrightarrow AC=5$ $\sin B=\frac{AC}{BC}=\frac{5}{13}.$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea
(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 2 \cdot 3 =$ $= 1 - 6 = -5.$	3p 2p
b)	$\det(A + C(-1)) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}\right) = \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 4 \end{vmatrix} = -16$ $\det B = \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = -16$ $\det(A + C(-1)) = \det B.$	2p 2p 1p
c)	$C(x) \cdot A - A \cdot C(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 3x-9 \\ 6-2x & 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -4 & 3x-9 \\ 6-2x & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow x = 3.$	3p 2p
2.a)	$1 * 2022 = -1 \cdot 2022 + 1 + 2022 =$ $= -2022 + 1 + 2022 = 1.$	3p 2p
b)	$x * y = -xy + x + y - 1 + 1 = -x(y-1) + y - 1 + 1 =$ $= -(x-1)(y-1) + 1, \text{ pentru orice numere reale } x \text{ și } y.$	3p 2p
c)	$3^x * 5^x = 1 \Leftrightarrow -(3^x - 1)(5^x - 1) + 1 = 1 \Leftrightarrow (3^x - 1)(5^x - 1) = 0$ $3^x = 1 \text{ sau } 5^x = 1 \Rightarrow x = 0 \text{ soluție.}$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea
(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \left(\frac{x-2}{x+2}\right)' = \frac{(x-2)'(x+2) - (x-2)(x+2)'}{(x+2)^2} = \frac{x+2 - x+2}{(x+2)^2} =$ $= \frac{4}{(x+2)^2}, x \in (-2, \infty).$	3p 2p
b)	<p>Tangenta la graficul funcției în punctul $(0, f(0))$ are ecuația $y - f(0) = f'(0)(x - 0)$</p> $f(0) = -1, f'(0) = 1 \Rightarrow y + 1 = 1 \cdot x \Rightarrow x - y - 1 = 0.$	2p 3p
c)	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{x+2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{1 + \frac{2}{x}} =$ $= \frac{1-0}{1+0} = 1 \Rightarrow \text{dreapta } y = 1 \text{ este asimptotă orizontală spre } +\infty \text{ la graficul funcției.}$	3p 2p
2.a)	$\int_1^2 (f(x) - e^x) dx = \int_1^2 (e^x + 2x - e^x) dx = \int_1^2 2x dx =$	3p



	$x^2 \Big _1^2 = 4 - 1 = 3$.	2p
b)	F derivabilă pe \mathbb{R} , $F'(x) = e^{x'} + x^{2'} + 2022' = e^x + 2x$ $= f(x)$, oricare ar fi x real, deci F este o primitivă a funcției f .	3p 2p
c)	$\int_0^1 f(x) \cdot F(x) dx = \int_0^1 F'(x) \cdot F(x) dx = F^2(x) \Big _0^1 - \int_0^1 F(x) \cdot F'(x) dx =$ $= F^2(x) \Big _0^1 - \int_0^1 F(x) \cdot f(x) dx \Rightarrow$ $\Rightarrow 2 \int_0^1 f(x) \cdot F(x) dx = F^2(1) - F^2(0) \Rightarrow \int_0^1 f(x) \cdot F(x) dx = \frac{e^2 + 4046e}{2}$.	3p 2p

