Bacalaureat, mai 2022
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare. ***Simulare***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{3}\right)\cdot\frac{6}{\sqrt{27}+\sqrt{8}}=1$.

5p **2.** Determinați numărul real m știind că punctul $A(-1,2)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+m$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{7x-12}=x$.

5p **4.** Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $A=\{1,2,3,4,5\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,3)$, $B(5,6)$ și $C(5,3)$. Arătați că patrulaterul $AOCB$ este paralelogram.

5p **6.** Arătați că $\sqrt{3}\cos 30^0-\frac{4}{\sqrt{3}}\sin 60^0\cdot\sin 30^0+\cos 60^0=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=xy-4x-4y+20$.

5p **1.** Arătați că $(-3)*2=18$.

5p **2.** Arătați că $x*y=(x-4)\cdot(y-4)+4$, pentru orice numere reale x și y.

5p **3.** Arătați că $x*4=4$, pentru orice număr real x.

5p **4.** Verificați dacă $e=5$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

5p **5.** Determinați valorile reale ale lui x pentru care $x*x\le x$.

5p **6.** Determinați numerele întregi m și n, $m<n$, pentru care $m*n=10$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & -2\\ 3 & -3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(x)=I_2+xA$, unde x este număr real.

5p **1.** Arătați că $A\cdot A=-A$.

5p **2.** Arătați că $\det(M(1))=0$.

5p **3.** Arătați că $M(2)-M(3)=M(5)-M(6)$.

5p **4.** Arătați că $M(x)M(y)=M(x+y-xy)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **5.** Determinați valorile naturale ale lui x pentru care $\det M(x)\ge -5$.

5p **6.** Arătați că $M(x)\cdot M(x)+(x-2)\cdot M(x)=(x-1)\cdot M(0)$, pentru orice număr real x.

Bacalaureat, mai 2022
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

1.	$\sqrt{27}=3\sqrt{3}$ și $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$	**2p**
	$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{3}\right)\cdot\frac{6}{\sqrt{27}+\sqrt{8}}=\frac{3\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{6}\cdot\frac{6}{3\sqrt{3}+2\sqrt{2}}=1$.	**3p**
2.	$A(-1,2)\in G_f\Rightarrow f(-1)=2$	**2p**
	$f(-1)=-3+m=2$	**2p**
	$m=5$	**1p**
3.	$\sqrt{7x-12}=x\Rightarrow 7x-12=x^2$	**3p**
	$\Rightarrow x_1=3$, $x_2=4$, care convin.	**2p**
4.	Numerele de trei cifre distincte care se pot forma cu elementele mulțimii A sunt în număr de A_5^3.	**2p**
	$A_5^3=\frac{5!}{2!}=60$ numere.	**3p**
5.	$x_A+x_C=x_O+x_B=5$	**2p**
	$y_A+y_C=y_O+y_B=6$, deci segmentele AC și OB au același mijloc $\Rightarrow$ $AOCB$ paralelogram.	**3p**
6.	$\sin 60^0=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60^0=\frac{1}{2}$, $\sin 30^0=\frac{1}{2}$, $\cos 30^0=\frac{\sqrt{3}}{2}$	**2p**
	$\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{4}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$.	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

1.	$(-3)*2=(-3)\cdot 2-4\cdot(-3)-4\cdot 2+20=$	**3p**
	$=-6+12-8+20=18$.	**2p**
2.	$x*y=xy-4x-4y+20=xy-4x-4y+16+4=x(y-4)-4(y-4)+4=$	**3p**
	$=(x-4)\cdot(y-4)+4$, pentru orice numere reale x și y.	**2p**
3.	$x*4=(x-4)\cdot(4-4)+4=(x-4)\cdot 0+4$	**3p**
	$=0+4=4$, pentru orice număr real x.	**2p**
4.	$x*5=x\cdot 5-4x-4\cdot 5+20=x$, pentru orice număr real x	**2p**

	$5*x=5\cdot x-4\cdot 5-4\cdot x+20=x$, pentru orice număr real x $e=5\in\mathbb{R}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	2p 1p
5.	$x*x=x^2-8x+20\le x$ $x^2-9x+20\le 0 \Rightarrow x_1=4, x_2=5$ $x\in[4,5]$.	2p 2p 1p
6.	$m*n=(m-4)\cdot(n-4)+4 \Rightarrow (m-4)\cdot(n-4)+4=10 \Rightarrow (m-4)\cdot(n-4)=6$ Deoarece $m<n$ rezultă $m-4<n-4$ $\begin{cases}m-4=-6\\n-4=-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m=-2\\n=3\end{cases}$ sau $\begin{cases}m-4=-3\\n-4=-2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m=1\\n=2\end{cases}$ $\begin{cases}m-4=1\\n-4=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m=5\\n=10\end{cases}$ sau $\begin{cases}m-4=2\\n-4=3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m=6\\n=7\end{cases}$ $(m,n)\in\{(-2,3),(1,2),(5,10),(6,7)\}$.	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1.	$A\cdot A=\begin{pmatrix}2&-2\\3&-3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2&-2\\3&-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&2\\-3&3\end{pmatrix}$ $-A=-\begin{pmatrix}2&-2\\3&-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&2\\-3&3\end{pmatrix}$, deci $A\cdot A=-A$.	3p 2p
2.	$M(1)=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2&-2\\3&-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&-2\\3&-2\end{pmatrix}$ $\det M(1)=\begin{vmatrix}3&-2\\3&-2\end{vmatrix}=3\cdot(-2)-3\cdot(-2)=0$.	2p 3p
3.	$M(2)-M(3)=(I_2+2A)-(I_2+3A)=-A$ $M(5)-M(6)=(I_2+5A)-(I_2+6A)=-A$ $M(2)-M(3)=M(5)-M(6)$.	2p 2p 1p
4.	$M(x)\cdot M(y)=(I_2+xA)\cdot(I_2+yA)=I_2+xA+yA+xyA^2=$ $=I_2+xA+yA-xyA=I_2+(x+y-xy)A=M(x+y-xy)$, pentru orice numere reale x și y.	3p 2p
5.	$\det(M(x))=\det\begin{pmatrix}2x+1&-2x\\3x&1-3x\end{pmatrix}=(2x+1)(1-3x)-(-2x)(3x)=-x+1$ $-x+1\ge -5\Rightarrow x\in\{0,1,2,3,4,5,6\}$.	3p 2p
6.	$M(x)\cdot M(x)=M(2x-x^2)=\begin{pmatrix}4x-2x^2+1&-4x+2x^2\\6x-3x^2&1-6x+3x^2\end{pmatrix}$ $(x-2)\cdot M(x)=\begin{pmatrix}2x^2-3x-2&-2x^2+4x\\3x^2-6x&-3x^2+7x-2\end{pmatrix}$ $M(x)\cdot M(x)+(x-2)\cdot M(x)=\begin{pmatrix}x-1&0\\0&x-1\end{pmatrix}=(x-1)\cdot M(0)$ pentru orice x număr real.	3p 2p