***Probleme de geometrie în plan, culese de GHIULER !!!***

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un trapez dreptunghic $ABCD$ cu $AD \perp AB$ și $AB \parallel CD$. Semidreapta $(BD$ este bisectoarea unghiului $ABC$, $AB = 16\text{cm}$ și $CD = 10\text{cm}$.

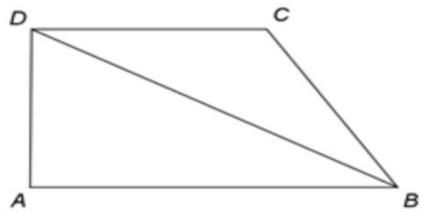



*Figura 2*

**a)** Arătați că lungimea liniei mijlocii a trapezului $ABCD$ este egală cu $13\text{cm}$.

**b)** Arătați că $BC = 10\text{cm}$.

**c)** Știind că $P$ este punctul de intersecție a laturii $AB$ cu perpendiculara din $C$ pe dreapta $BD$, demonstrați că $DP \parallel BC$.

**1.** *Figura 2* este schiţa unui teren agricol în formă de dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 600\text{m}$ şi $AD = 400\text{m}$. Punctul $E$ este mijlocul laturii $AB$, punctul $F$ este mijlocul laturii $CD$ și punctul $M$ este mijlocul segmentului $CE$.

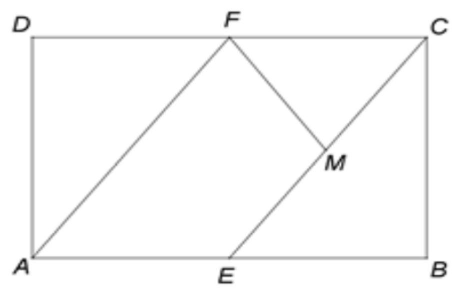



*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul dreptunghiului $ABCD$ este egal cu $2\,000\text{m}$.

**b)** Demonstrați că punctele $B$, $M$ și $F$ sunt coliniare.

**c)** Arătați că aria patrulaterului $AEMF$ este de trei ori mai mare decât aria triunghiului $CFM$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un trapez dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB = 18$ cm, $CD = 12$ cm și $m(\sphericalangle ABC) = 60°$. Punctul $E$ este situat pe latura $AB$, astfel încât $CE \perp AB$.

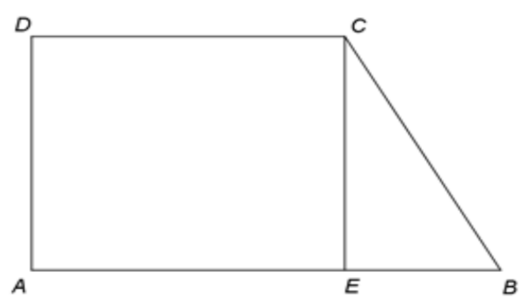



*Figura 2*

**a)** Arătați că $BE = 6\text{cm}$.

**b)** Calculați aria trapezului $ABCD$.

**c)** Știind că punctul $F$ este mijlocul segmentului $AE$, demonstrați că dreptele $CF$ și $BD$ sunt perpendiculare.

**1.** În *Figura 2* sunt reprezentate un pătrat $ABCD$ și un triunghi dreptunghic isoscel $AEB$ cu $m(\sphericalangle AEB) = 90°$ și $AE = 4\sqrt{2}$ cm. Punctul $F$ este simetricul punctului $C$ față de punctul $D$.

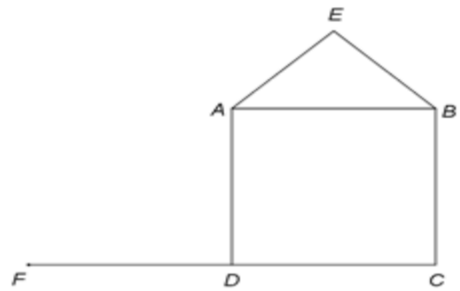



*Figura 2*

**a)** Arătați că $AB = 8$ cm.
**b)** Demonstrați că punctele $E$, $A$ și $F$ sunt coliniare.
**c)** Arătați că, dacă $P$ este punctul de intersecție a dreptelor $AC$ și $DE$, atunci $P$ este mijlocul segmentului $DE$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 7\,\text{cm}$ și $AD = 5\,\text{cm}$. Punctul $M$ este situat pe latura $CD$ astfel încât $AM = AB$. Bisectoarea unghiului $BAM$ intersectează dreapta $CD$ în punctul $E$.

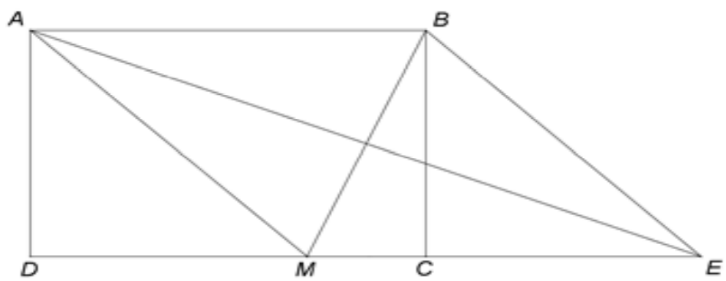



*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul dreptunghiului $ABCD$ este egal cu $24\,\text{cm}$.
**b)** Demonstrați că lungimea segmentului $MC$ este mai mare decât $2\,\text{cm}$.
**c)** Demonstrați că patrulaterul $AMEB$ este romb.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un trapez isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AC \perp BD$, $AB = 8\,\text{m}$, $CD = 4\,\text{m}$. Punctele $M$, $N$, $P$ și $Q$ sunt mijloacele laturilor $AB$, $BC$, $CD$, respectiv $DA$ și $O$ este punctul de intersecție a diagonalelor trapezului.

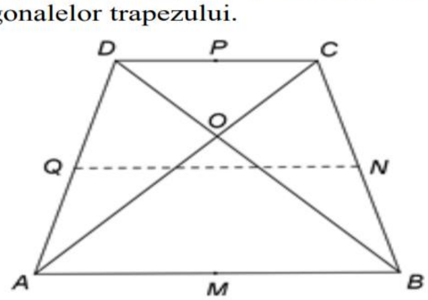



*Figura 2*

**a)** Arătați că linia mijlocie a trapezului $ABCD$ are lungimea egală cu $6\,\text{m}$.
**b)** Arătați că $AD = 2\sqrt{10}\,\text{m}$.
**c)** Demonstrați că patrulaterul $MNPQ$ este pătrat.

**1.** În *Figura 2* sunt reprezentate pătratul $ABCD$ cu $AB = 15\text{cm}$ și triunghiurile echilaterale $ABM$, $BCN$ și $ADP$.

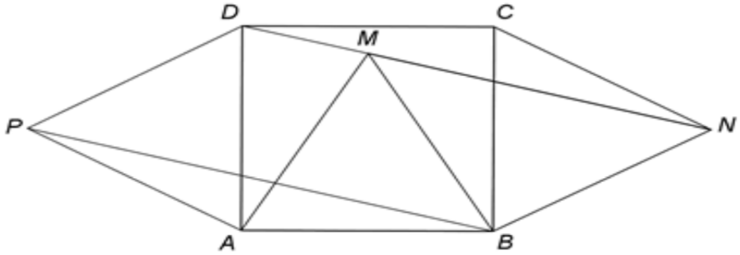



*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul triunghiului $ABM$ este egal cu $45\text{cm}$.

**b)** Arătați că lungimea segmentului $MN$ este egală cu $15\sqrt{2}\text{cm}$.

**c)** Demonstrați că patrulaterul $PBMD$ este trapez isoscel.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un trapez isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB = 24\text{cm}$, $CD = 8\text{cm}$ și $AD = 10\text{cm}$. Dreptele $AD$ și $BC$ se intersectează în punctul $E$ și punctele $M$ și $N$ sunt situate pe dreapta $AB$ astfel încât $DM \perp AB$ și $EN \perp AB$.

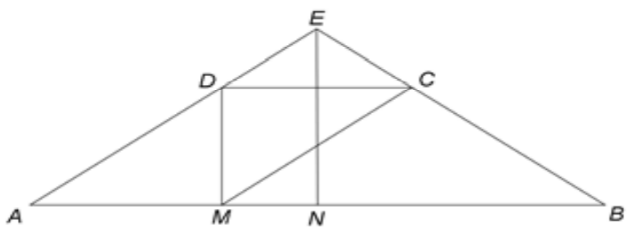



*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul trapezului $ABCD$ este egal cu $52\text{cm}$.

**b)** Determinați lungimea segmentului $EN$.

**c)** Știind că $G$ este punctul de intersecție a dreptelor $EN$ și $MC$, demonstrați că $G$ este centrul de greutate al triunghiului $ABE$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un pătrat $ABCD$ cu $AB = 15\text{cm}$, punctul $M$ este mijlocul laturii $AB$ și punctul $O$ este intersecția diagonalelor pătratului. $E$ și $F$ sunt punctele de intersecție a dreptelor $AC$ și $DM$, respectiv $BD$ și $CM$.

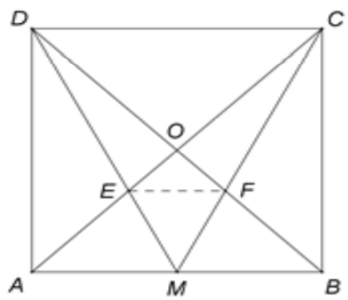



*Figura 2*

**a)** Arătați că aria pătratului $ABCD$ este egală cu $225\text{cm}^2$.

**b)** Demonstrați că triunghiurile $ADE$ și $BCF$ sunt congruente.

**c)** Calculați lungimea segmentului $EF$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un triunghi $DBC$ cu $BC = BD = 12\text{cm}$ și $DC = 12\sqrt{3}\text{cm}$. Punctul $A$ este situat pe latura $DC$ astfel încât $AC = 8\sqrt{3}\text{cm}$.

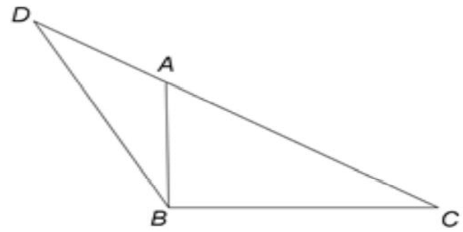



*Figura 2*

**a)** Arătați că $AD = 4\sqrt{3}\text{cm}$.

**b)** Arătați că distanța de la punctul $B$ la dreapta $DC$ este egală cu $6\text{cm}$.

**c)** Determinați măsura unghiului $ABC$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 10\sqrt{2}\text{cm}$, $BC = 20\text{cm}$. Se consideră punctul $E$, mijlocul laturii $BC$ și punctul $F$ situat pe segmentul $AE$, astfel încât $BF \perp AE$.

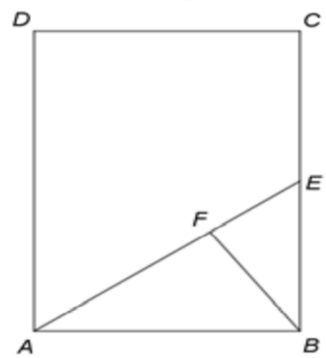



*Figura 2*

**a)** Arătați că aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu $200\sqrt{2}\ \text{cm}^2$.

**b)** Arătați că lungimea segmentului $EF$ este egală cu $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ cm.

**c)** Demonstrați că punctele $B$, $F$ și $D$ sunt coliniare.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un trapez isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB = 20$ cm, $AD = 10$ cm și $CD = 10$ cm și un pătrat $ADMN$.

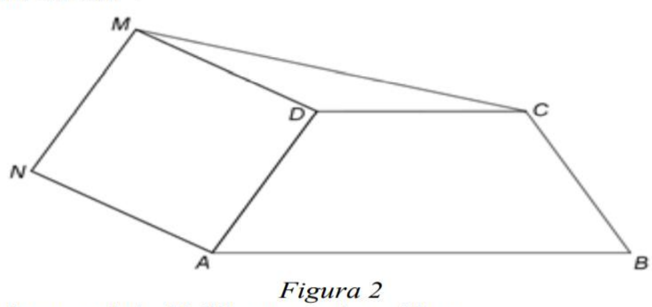



*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul trapezului $ABCD$ este egal cu $50\text{cm}$.

**b)** Calculați măsura unghiului $DCM$.

**c)** Demonstrați că punctele $B$, $D$ și $M$ sunt coliniare.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un romb $ABCD$ cu $AB = 18$ cm și $m(\sphericalangle ABC) = 60°$.

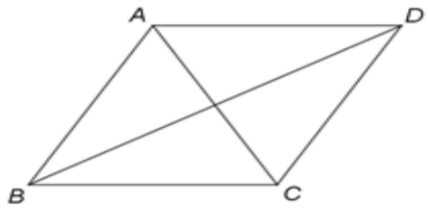



*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul rombului $ABCD$ este egal cu $72$ cm.

**b)** Arătați că lungimea diagonalei $BD$ este egală cu $18\sqrt{3}$ cm.

**c)** Pe laturile $AB$, $BC$, $CD$ și $DA$ ale rombului $ABCD$ se consideră punctele $M$, $N$, $P$, respectiv $Q$, astfel încât $MN \parallel AC$ și $MNPQ$ este pătrat. Demonstrați că $\left(\sqrt{3}+1\right)MN = BD$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un paralelogram $ABCD$ cu $AD = 6$ cm și $AB = 16$ cm. Punctele $M$ și $N$ sunt mijloacele laturilor $AB$, respectiv $CD$. Punctele $E$ și $F$ sunt situate pe segmentele $BM$, respectiv $DN$, astfel încât $EF \perp MN$ și $ME = NF = 6$ cm.

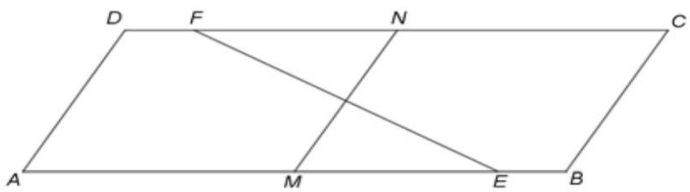



*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul paralelogramului $ABCD$ este egal cu $44$ cm.

**b)** Demonstrați că dreapta $MN$ este mediatoarea segmentului $EF$.

**c)** Calculați aria paralelogramului $ABCD$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un triunghi echilateral $ABC$ cu $AB = 12$ cm și punctul $D$ este situat pe dreapta $BC$ astfel încât $BC = 2BD$ și $B \in (CD)$. Semidreapta $BM$, $M \in AD$, este bisectoarea unghiului $ABD$ și $N$ este punctul de intersecție dintre $AB$ și paralela prin $M$ la $BC$.

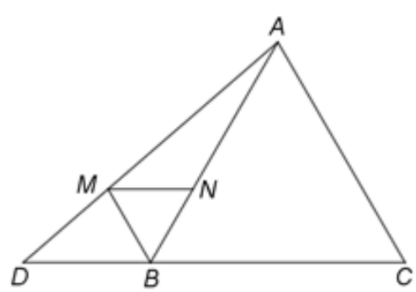



*Figura 2*

**a)** Arătați că aria triunghiului $ABC$ este egală cu $36\sqrt{3}\,\text{cm}^2$.

**b)** Demonstrați că triunghiurile $BMN$ și $ABC$ sunt asemenea.

**c)** Arătați că distanța de la $B$ la $AD$ este egală cu $\dfrac{6\sqrt{21}}{7}$ cm.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 6\,\text{cm}$ și $BC = 10\,\text{cm}$. Punctele $M$ și $N$ sunt situate pe laturile $BC$, respectiv $AD$, astfel încât $BM = 8\,\text{cm}$ și $AN = 2\,\text{cm}$. Punctul $E$ este proiecția punctului $D$ pe dreapta $MN$.

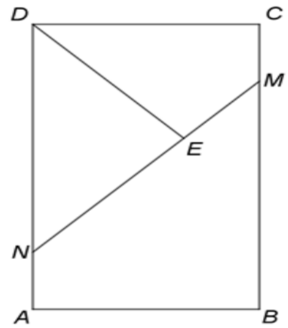



*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCD$ este egal cu $32\,\text{cm}$.

**b)** Demonstrați că $\Delta DEN$ este dreptunghic isoscel.

**c)** Demonstrați că, dacă $BF \perp MN$, $F \in MN$, atunci $BEDF$ este paralelogram.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 6\sqrt{3}\,\text{cm}$ și $AD = 6\,\text{cm}$. Punctele $M$, $N$, $P$ și $Q$ sunt situate pe laturile $AB$, $BC$, $CD$ și, respectiv $DA$, astfel încât $BM = PD$ și $AQ = NC$, iar $O$ este punctul de intersecție a dreptelor $AC$ și $BD$.

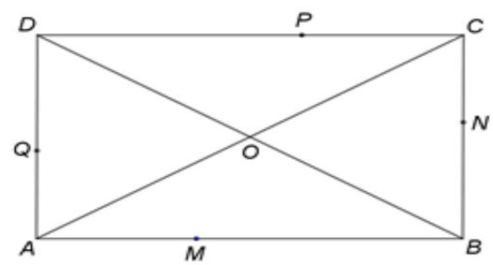



*Figura 2*

**a)** Arătați că aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu $36\sqrt{3}\,\text{cm}^2$.

**b)** Demonstrați că triunghiul $AOD$ este echilateral.

**c)** Demonstrați că dreptele $MP$, $NQ$ și $BD$ sunt concurente.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un romb $ABCD$ cu $AB = 12\,\text{cm}$, $AC = 12\sqrt{3}\,\text{cm}$ și triunghiurile echilaterale $ABF$ și $ADE$.

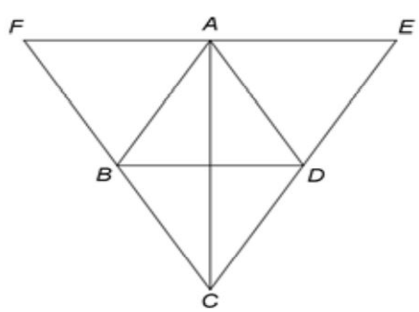



*Figura 2*

**a)** Arătați că $BD = 12\,\text{cm}$.

**b)** Demonstrați că punctele $F$, $A$ și $E$ sunt coliniare.

**c)** Arătați că $AP = PQ = QC$, știind că $P$ este punctul de intersecție a dreptelor $AC$ și $FD$ și $Q$ este

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un pătrat $ABCD$ cu $AB = 6\,\text{cm}$. Punctele $E$, $F$, $G$ și $H$ sunt situate pe laturile $AB$, $BC$, $CD$, respectiv $DA$, astfel încât $AE = BF = CG = DH$.

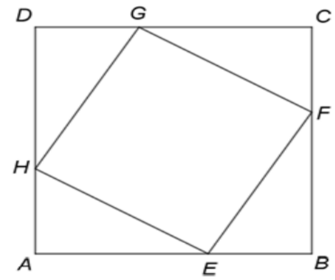



*Figura 2*

**a)** Arătați că aria pătratului $ABCD$ este egală cu $36\,\text{cm}^2$.

**b)** Demonstrați că dreptele $EG$ și $HF$ sunt perpendiculare.

**c)** Calculați măsura unghiului $BMF$, unde $M$ este punctul de intersecție a dreptelor $AF$ și $BG$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 10\,\text{cm}$ și $BC = 15\,\text{cm}$. Punctul $M$ este mijlocul laturii $AB$, iar punctul $N$ este situat pe latura $AD$ astfel încât $DN = 5\,\text{cm}$.

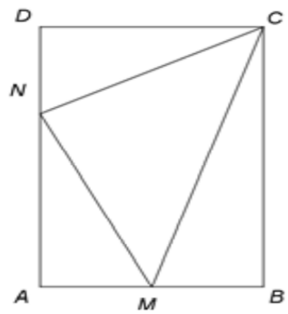



*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCD$ este egal cu $50\,\text{cm}$.

**b)** Determinați aria triunghiului $MNC$.

**c)** Calculați măsura unghiului $CMN$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un trapez isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB = 12\,\text{cm}$, $CD = 4\,\text{cm}$ și $m(\sphericalangle ABC) = 60°$. Paralela prin $B$ la dreapta $AC$ intersectează dreapta $CD$ în punctul $P$.

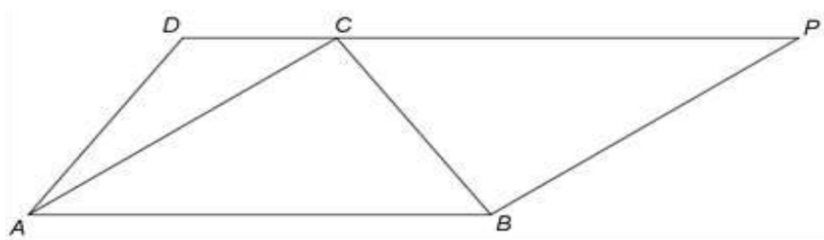



*Figura 2*

**a)** Arătați că măsura unghiului $ADC$ este egală cu $120°$.

**b)** Arătați că aria patrulaterului $ABPD$ este egală cu $56\sqrt{3}\,\text{cm}^2$.

**c)** Se consideră punctul $M$, mijlocul segmentului $AB$ și $N$, punctul de intersecție a dreptelor $PM$

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un triunghi dreptunghic $ABC$ cu $AB \perp AC$, $AC = 4\text{cm}$ și $BC = 8\text{cm}$. Semidreapta $CM$, $M \in AB$ este bisectoarea unghiului $ACB$.

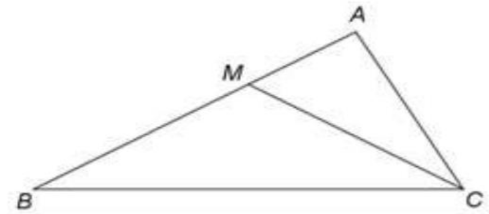



*Figura 2*

**a)** Arătați că $AB = 4\sqrt{3}\text{cm}$.

**b)** Demonstrați că triunghiul $BMC$ este isoscel.

**c)** Se consideră punctul $N$, pe latura $AC$, astfel încât distanța de la punctul $N$ la dreapta $AB$ să fie egală cu distanța de la punctul $N$ la dreapta $BC$. Demonstrați că $\left(2+\sqrt{3}\right)NA = AB$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un romb $ABCD$ cu $AC = 8\text{cm}$ și $BD = 6\text{cm}$. Punctul $M$ este mijlocul segmentului $AB$, punctul $N$ este mijlocul segmentului $BC$ și $O$ este punctul de intersecție a dreptelor $AC$ și $BD$.

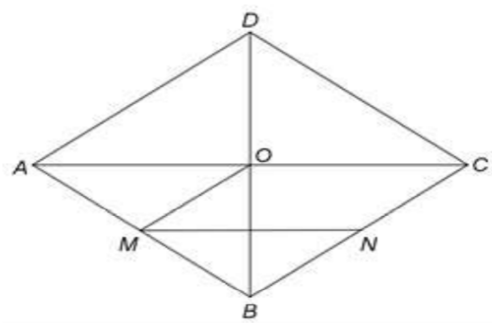



*Figura 2*

**a)** Arătați că $AB = 5\text{cm}$.

**b)** Demonstrați că unghiurile $OMN$ și $BAC$ sunt congruente.

**c)** Demonstrați că punctul $O$ este centrul de greutate al triunghiului $DMN$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un cerc de centru $O$ și rază $R = 16\text{cm}$. Punctele $A$, $B$, $C$ și $D$, în această ordine, sunt situate pe $\mathcal{C}(O,R)$ astfel încât $m\left(\overset{\frown}{AB}\right) = 75°$, $m\left(\overset{\frown}{BC}\right) = 90°$ și $m\left(\overset{\frown}{CD}\right) = 75°$.

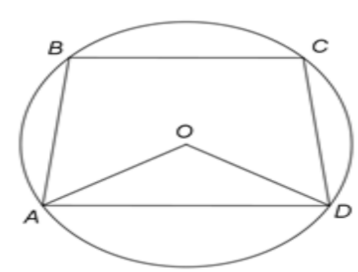



*Figura 2*

**a)** Arătați că arcul mic $\overset{\frown}{AD}$ are măsura de $120°$.

**b)** Determinați lungimea coardei $BC$.

**c)** Demonstrați că patrulaterul $ABCD$ este trapez isoscel.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un trapez dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $m(\sphericalangle DAB) = 90°$, $AB = 20\,\text{cm}$ și $CD = 5\,\text{cm}$. Diagonalele trapezului sunt perpendiculare și $O$ este punctul lor de intersecție.

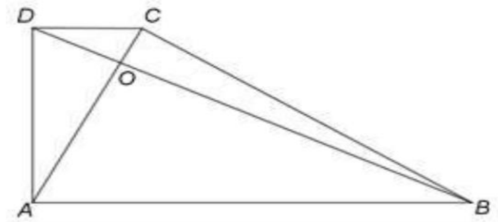



*Figura 2*

**a)** Arătați că linia mijlocie a trapezului $ABCD$ are lungimea egală cu $12{,}5\,\text{cm}$.

**b)** Demonstrați că $AC = 5OC$.

**c)** Calculați aria trapezului $ABCD$.

**1.** În *Figura 2* sunt reprezentate două cercuri de centre $O$ și, respectiv, $P$. Cele două cercuri se intersectează în punctul $T$, astfel încât punctele $A$, $T$ și $B$ sunt coliniare, iar segmentele $AT$ și $TB$ sunt diametre ale celor două cercuri, $AT = 8\,\text{cm}$ și $TB = 12\,\text{cm}$. Pe primul cerc se consideră punctul $C$, diferit de $A$ și de $T$, iar pe al doilea cerc se consideră punctul $D$ astfel încât punctele $C$, $T$ și $D$ sunt coliniare.

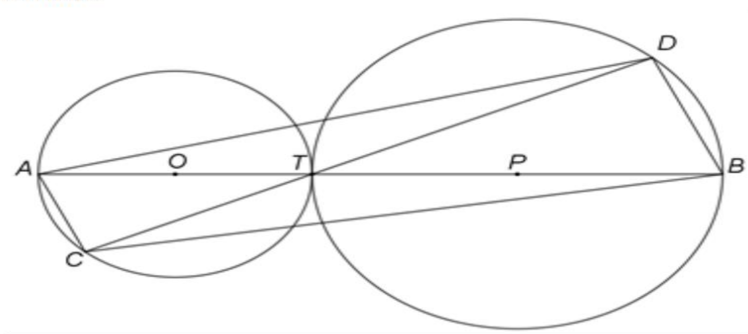



*Figura 2*

**a)** Arătați că $OP = 10\,\text{cm}$.

**b)** Demonstrați că dreptele $AC$ și $BD$ sunt paralele.

**c)** Demonstrați că, dacă $m(\overset{\frown}{AC}) = 60°$, atunci patrulaterul $ACBD$ are aria mai mică decât $90\,\text{cm}^2$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat triunghiul echilateral $ABC$ cu $AB = 6\,\text{cm}$. Punctele distincte $D$ și $E$ sunt situate în exteriorul triunghiului $ABC$ astfel încât triunghiurile $ABD$ și $ACE$ sunt echilaterale. Punctul $M$ este mijlocul segmentului $BC$.

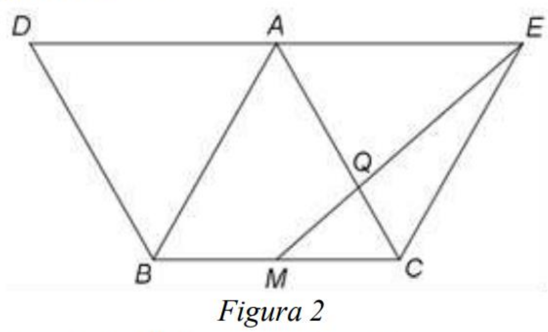



*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCE$ este egal cu $24\,\text{cm}$.

**b)** Determinați distanța de la punctul $E$ la dreapta $BD$.

**c)** Calculați aria triunghiului $CMQ$, unde $Q$ este punctul de intersecție a dreptelor $AC$ și $EM$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un triunghi isoscel $ABC$ cu $AB = 12$ cm și $m(\sphericalangle BAC) = 120°$. Punctul $M$ este situat pe latura $BC$, astfel încât $AM \perp AB$.

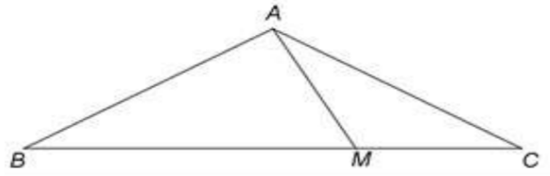


*Figura 2*

**a)** Arătați că măsura unghiului $ABC$ este de $30°$.

**b)** Calculați lungimea segmentului $BM$.

**c)** Demonstrați că $AC^2 = AM \cdot BC$.

**1.** În *Figura 2* sunt reprezentate un paralelogram $ABCD$ cu $AB = 5$ cm, $BC = 7$ cm și, în exteriorul paralelogramului $ABCD$, pătratele $ABEF$ și $ADMN$.

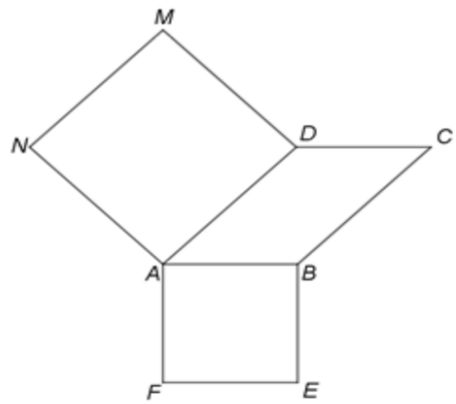


*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCD$ este egal cu $24$ cm.
**b)** Demonstrați că segmentele $NF$ și $AC$ sunt congruente.
**c)** Demonstrați că dreptele $AC$ și $NF$ sunt perpendiculare.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un triunghi $ABC$, dreptunghic în $A$, cu $BC = 32$cm și $BD = 8$cm, unde $AD \perp BC$, $D \in BC$. Punctul $M$ este mijlocul laturii $AC$.

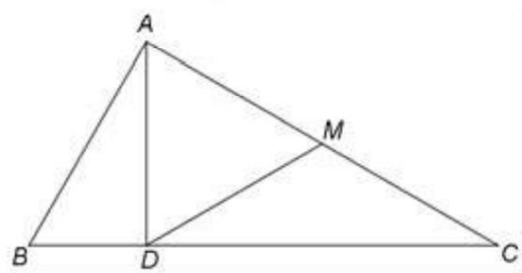


*Figura 2*

**a)** Arătați că $AB = 16$cm.

**b)** Calculați aria patrulaterului $ABDM$.

**c)** Demonstrați că, dacă $N$ este punctul de intersecție a dreptelor $AB$ și $DM$, atunci segmentele $MN$ și $AC$ sunt congruente.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un paralelogram $ABCD$ cu $AB = 12\,\text{cm}$ și $BC = 8\,\text{cm}$. Punctele $E$ și $F$ sunt mijloacele laturilor $AB$ și $CD$, punctul $M$ este simetricul punctului $D$ față de punctul $E$ și punctul $N$ este simetricul punctului $B$ față de punctul $F$.

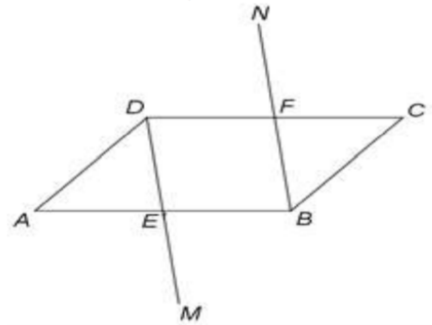



*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul paralelogramului $ABCD$ este egal cu $40\,\text{cm}$.

**b)** Demonstrați că punctele $M$, $B$ și $C$ sunt coliniare.

**c)** Demonstrați că, dacă segmentele $AC$ și $MN$ sunt congruente, atunci dreptele $AM$ și $AN$ sunt perpendiculare.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un paralelogram $ABCD$ cu $AB = 10\,\text{cm}$, $AD = 6\,\text{cm}$ și $m(\sphericalangle BAD) = 45°$. În exteriorul paralelogramului $ABCD$ se construiesc pătratele $ADEF$ și $ABMN$.

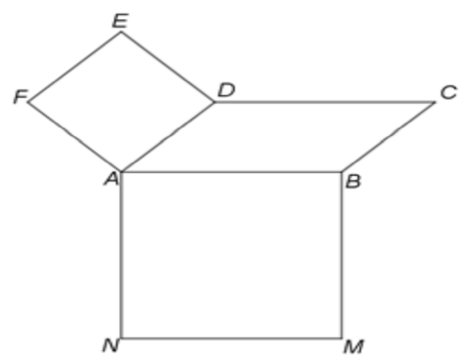



*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCD$ este egal cu $32\,\text{cm}$.

**b)** Calculați aria patrulaterului $ABCD$.

**c)** Demonstrați că punctul $A$ este ortocentrul triunghiului $CFN$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un triunghi echilateral $ABC$ înscris în cercul de centru $O$ și rază $OA = 4\sqrt{3}$ cm. Segmentul $BQ$ este diametru în cercul de centru $O$ și rază $OA$, iar $M$ este punctul de intersecție a dreptei $BQ$ cu tangenta la cerc în punctul $A$.

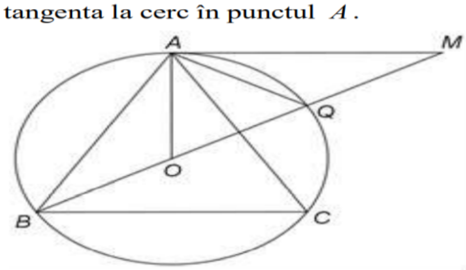



*Figura 2*

**a)** Arătați că aria cercului de centru $O$ și rază $OA$ este egală cu $48\pi\,\text{cm}^2$.

**b)** Arătați că $AQ = 4\sqrt{3}$ cm.

**c)** Demonstrați că patrulaterul $ABCM$ este romb.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un paralelogram $ABCD$ cu $AD \perp BD$, $AB = 10\text{cm}$ şi $AD = 5\text{cm}$. Punctul $O$ este intersecția diagonalelor $AC$ și $BD$, iar punctul $E$ este simetricul punctului $C$ față de punctul $B$.

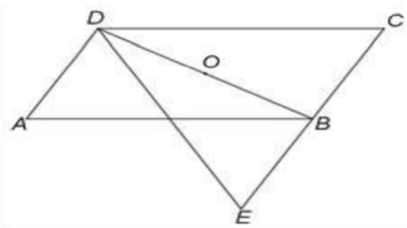



*Figura 2*

**a)** Arătaţi că $BD = 5\sqrt{3}\text{cm}$.

**b)** Demonstrați că triunghiul $DEC$ este echilateral.

**c)** Arătaţi că, dacă $P$ este punctul de intersecţie a dreptelor $AB$ şi $DE$, atunci aria patrulaterului $BCOP$ este egală cu $\frac{75\sqrt{3}}{8}\text{cm}^2$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un triunghi echilateral $ABC$ cu $AB = 16\text{cm}$ şi $AD \perp BC$, $D \in BC$. Punctele $M$ și $N$ sunt mijloacele segmentelor $DC$ și $AD$, iar punctul $E$ este proiecția punctului $D$ pe dreapta $AC$.

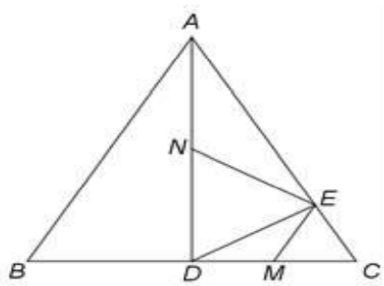



*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul triunghiului $ABC$ este egal cu $48\text{cm}$.

**b)** Demonstrați că dreptele $ME$ și $NE$ sunt perpendiculare.

**c)** Calculați aria patrulaterului $BDNF$, unde $F$ este punctul de intersecție a dreptelor $EN$ și $AB$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un trapez dreptunghic $ABCD$ cu $AD \perp AB$, $AB \parallel CD$, $AB = 8\text{cm}$, $CD = 4\text{cm}$ și $AD = 4\sqrt{3}\text{cm}$. Punctul $E$ este situat pe latura $BC$ astfel încât $\Delta ADE$ este echilateral.

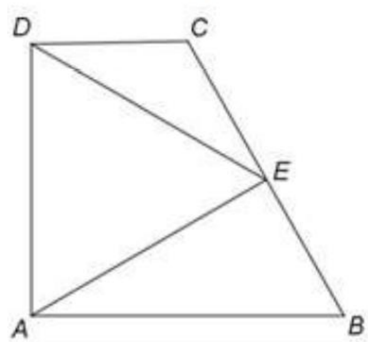



*Figura 2*

**a)** Arătați că aria trapezului $ABCD$ este egală cu $24\sqrt{3}\text{cm}^2$.

**b)** Arătați că perimetrul trapezului $ABCD$ este mai mic decât $27\text{cm}$.

**c)** Demonstrați că punctul $E$ este mijlocul laturii $BC$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un triunghi $ABC$ cu $BC = 25\text{cm}$ și punctele $M$ și $N$ situate pe laturile $AC$, respectiv $AB$, astfel încât $NM \parallel BC$, $NM = 10\text{cm}$, $BN = 9\text{cm}$ și $CM = 12\text{cm}$. Punctele $D$ și $E$ sunt mijloacele segmentelor $BC$, respectiv $MN$.

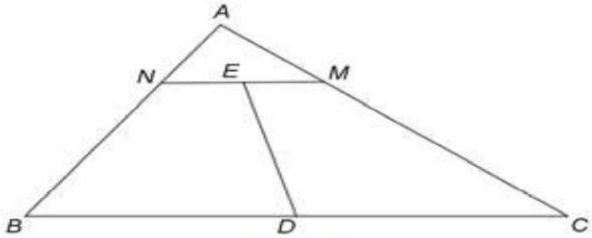



*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul trapezului $BCMN$ este egal cu $56\text{cm}$.

**b)** Demonstrați că triunghiul $ABC$ este dreptunghic în $A$.

**c)** Calculați lungimea segmentului $DE$.

**1.** În *Figura 2* sunt reprezentate triunghiurile dreptunghice isoscele $ABC$, $CDF$ și $DEF$, cu ipotenuzele $BC$, $DF$, respectiv $EF$. Punctul $F$ este mijlocul segmentului $BC$ și $AB = 24$ cm.

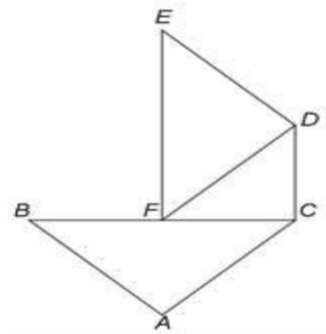



*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul triunghiului $ABC$ este egal cu $24\left(2+\sqrt{2}\right)$ cm.

**b)** Calculați lungimea segmentului $BE$.

**c)** Demonstrați că patrulaterul $ACDE$ este trapez isoscel.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un romb $ABCD$ cu $AB = 12\text{cm}$, $m(\sphericalangle BAD) = 45°$ și pătratul $BCMN$ situat în exteriorul rombului $ABCD$.

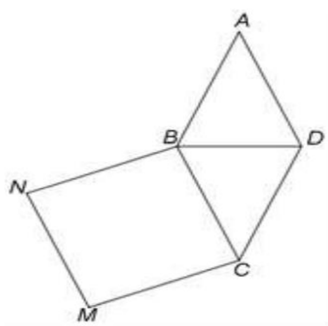



*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul pătratului $BCMN$ este egal cu $48\text{cm}$.

**b)** Demonstrați că dreptele $AM$ și $DC$ sunt paralele.

**c)** Arătați că aria triunghiului $ANC$ este egală cu $72\left(\sqrt{2}+1\right)\text{cm}^2$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un romb $ABCD$ cu $AB = 6$ cm și $BD = 6$ cm. Punctele $M$ și $N$ sunt mijloacele laturilor $AB$, respectiv $CD$.

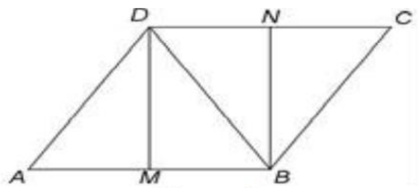



*Figura 2*

**a)** Arătați că lungimea segmentului $AC$ este egală cu $6\sqrt{3}$ cm.

**b)** Demonstrați că segmentele $BD$ și $MN$ sunt congruente.

**c)** Știind că aria triunghiului $BNC$ reprezintă $p\%$ din aria triunghiului $ABE$, unde $E$ este punctul de intersecție a dreptelor $AD$ și $BN$, determinați numărul natural $p$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un trapez dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AD \perp AB$, $AB = 12\text{cm}$, $AD = 12\text{cm}$ și $DC = 3\text{cm}$. Punctul $M$ este mijlocul laturii $AD$ și punctul $N$ este simetricul punctului $C$ față de punctul $M$.

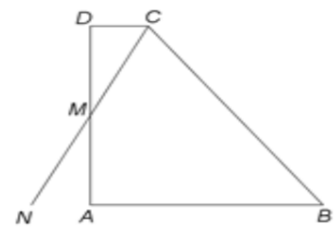



*Figura 2*

**a)** Arătați că aria trapezului $ABCD$ este egală cu $90\text{cm}^2$.

**b)** Demonstrați că punctele $N$, $A$ și $B$ sunt coliniare.

**c)** Determinați distanța de la punctul $M$ la dreapta $BC$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un pătrat $ABCD$ cu $AB = 12\text{cm}$. Punctul $E$ aparține dreptei $AB$ astfel încât $B \in (AE)$ și $BE = 4\text{cm}$, iar punctul $F$ este situat pe latura $AD$ astfel încât $AD = 3DF$.

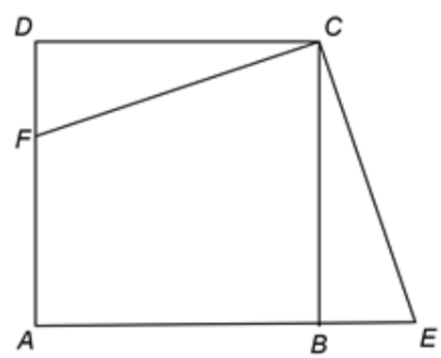



*Figura 2*

**a)** Arătați că $DF = 4\text{cm}$.

**b)** Arătați că aria patrulaterului $AECF$ este egală cu $144\text{cm}^2$.

**c)** Perpendiculara din $C$ pe dreapta $EF$ intersectează dreapta $AB$ în $M$. Demonstrați că punctul $M$ este mijlocul segmentului $AB$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un paralelogram $ABCD$ cu $AB = 13\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$ și $m(\sphericalangle BAD) < 90°$. Se consideră punctul $E$ astfel încât $DE \parallel AC$, $DE < AC$ și segmentele $BC$ și $CE$ sunt congruente.

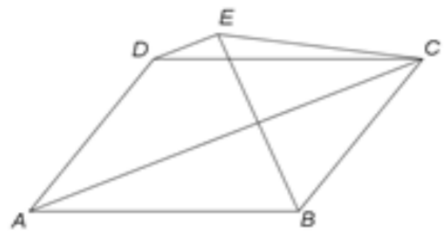



*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul paralelogramului $ABCD$ este egal cu $46\text{cm}$.

**b)** Demonstrați că segmentele $AB$ și $AE$ sunt congruente.

**c)** Demonstrați că, dacă măsura unghiului $BCE$ este de $60°$, atunci aria patrulaterului $ABCE$ este egală cu $60 + 25\sqrt{3}\ \text{cm}^2$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un cerc, de diametru $AB = 8\text{cm}$ și punctul $T$, situat pe cerc, diferit de punctele $A$ și $B$. Punctul $C$ este intersecția tangentei la cerc în punctul $T$ cu tangenta la cerc în punctul $A$ și punctul $D$ este intersecția tangentei la cerc în punctul $T$ cu tangenta la cerc în punctul $B$. Lungimea segmentului $AC$ este de $2\text{cm}$.

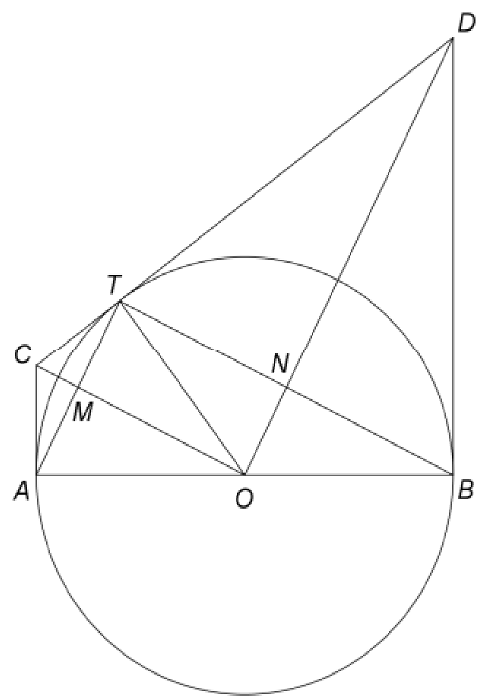



*Figura 2*

**a)** Arătați că lungimea cercului de diametru $AB$ este egală cu $8\pi\,\text{cm}$.

**b)** Demonstrați că triunghiul $ABD$ este isoscel.

**c)** Dreptele $AT$ și $OC$ se intersectează în punctul $M$ și dreptele $BT$ și $OD$ se intersectează în punctul $N$. Demonstrați că aria patrulaterului $MONT$ este egală cu $6{,}4\text{cm}^2$.

**1.** *Figura 2* este schiţa unui teren în formă de dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 10\sqrt{2}\,\text{m}$ şi $AD = 10\,\text{m}$. Punctul $M$ este mijlocul laturii $AB$ şi punctul $N$ este punctul de intersecţie a dreptelor $CM$ şi $BD$.

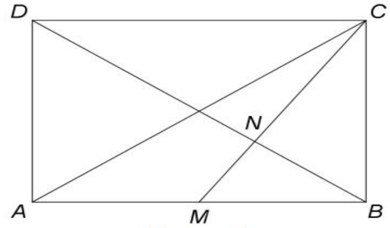



*Figura 2*

**a)** Arătaţi că aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu $100\sqrt{2}\,\text{m}^2$.

**b)** Demonstraţi că măsura unghiului $BNC$ este egală cu $90°$.

**c)** Demonstraţi că punctul $A$ este situat pe mediatoarea segmentului $ND$.

**1.** *Figura 2* reprezintă schița unui teren în formă de trapez isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $CD = 12\sqrt{2}\,\text{m}$, $AD = BC = 24\,\text{m}$ și $m(\sphericalangle BAD) = 45°$. Punctul $M$ este piciorul perpendicularei din $D$ pe dreapta $AB$, $O$ este punctul de intersecție a diagonalelor trapezului $ABCD$ și $E$ este punctul de intersecție a dreptelor $AD$ și $BC$.

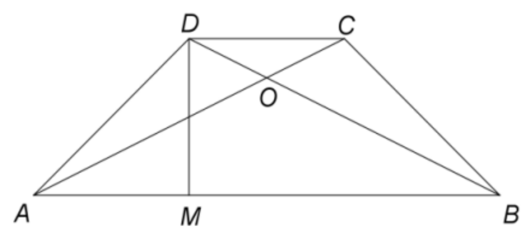



*Figura 2*

**a)** Arătați că $AM = 12\sqrt{2}\,\text{m}$.

**b)** Determinați aria triunghiului $AEB$.

**c)** Punctul $P$ este mijlocul laturii $AB$. Demonstrați că punctele $P$, $O$ și $E$ sunt coliniare.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un trapez dreptunghic $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, $m(\sphericalangle BAD) = 90°$, $AB = 12\,\text{cm}$, $CD = 4\,\text{cm}$ și $AD = 8\,\text{cm}$. Punctul $E$ aparține laturii $AB$, astfel încât $AE = 4\,\text{cm}$ și punctul $F$ aparține laturii $AD$, astfel încât $AF = 6\,\text{cm}$.

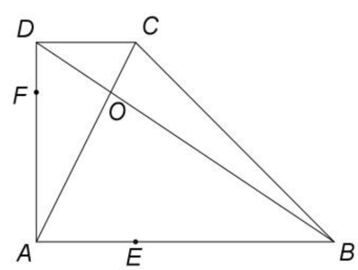



*Figura 2*

**a)** Arătați că aria trapezului $ABCD$ este egală cu $64\,\text{cm}^2$.

**b)** Determinați măsura unghiului $BCD$.

**c)** Demonstrați că dreptele $CE$ și $FO$ sunt perpendiculare, unde $\{O\} = AC \cap BD$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat dreptunghiul $MNPQ$ în care $MQ = 5$ m și $QP = 10$ m, iar punctul $E$ este mijlocul segmentului $MN$.

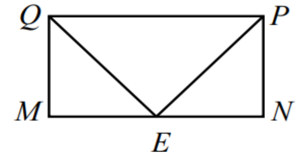


*Figura 2*

**a)** Arătați că aria triunghiului $QPE$ este egală cu $25\,\text{m}^2$.

**b)** Demonstrați că $\Delta PEQ \sim \Delta EMQ$.

**c)** Arătați că $QE^2 = QM \cdot QP$.

**2.** *Figura 3* reprezintă un trapez $ABCD$ în care $AB \parallel CD$, $AB > CD$, iar $AD = BC$. Suma lungimilor bazelor este egală cu $18\sqrt{5}$ cm, diferența lungimilor bazelor este egală cu $10\sqrt{5}$ cm, iar înălțimea trapezului este egală cu $5\sqrt{5}$ cm.

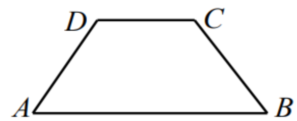


*Figura 3*

**a)** Arătați că aria trapezului $ABCD$ este egală cu $225\,\text{cm}^2$.

**b)** Determinați măsura unghiului $BAD$.

**c)** Dacă $DE \parallel BC$, $E \in AB$ și $F \in DE$ astfel încât $[BE] \equiv [BF]$, arătați că triunghiul $ACF$ este isoscel.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un trapez $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $BC = CD = AD = 6\,\text{cm}$ și $AB = 12\,\text{cm}$. Punctul $E$ este simetricul punctului $D$ față de dreapta $AB$, iar $F$ și $G$ sunt punctele de intersecție a dreptei $CD$ cu dreptele $EA$, respectiv $EB$.

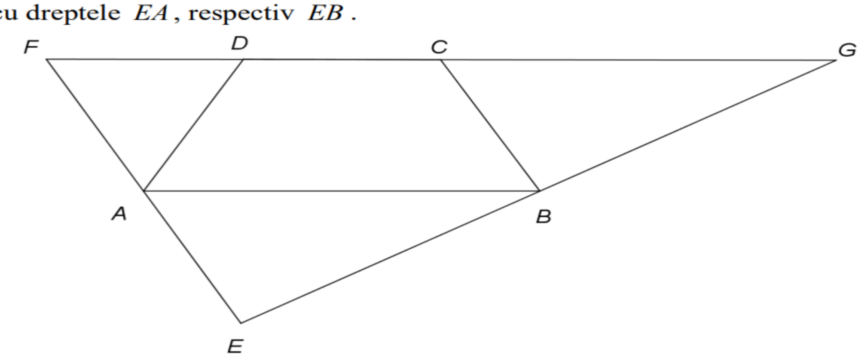


*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul trapezului $ABCD$ este egal cu $30\,\text{cm}$.

**b)** Demonstrați că triunghiul $ADF$ este echilateral.

**c)** Demonstrați că dreptele $EF$ și $EG$ sunt perpendiculare.

**1.** *Figura 2* este schița unui teren format din pătratul $ABCD$ cu $AB = 30\,\text{m}$ și din triunghiul echilateral $ADE$.

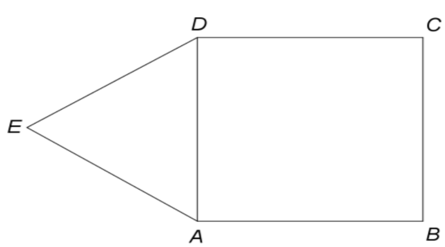


*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul pătratului $ABCD$ este egal cu $120\,\text{m}$.

**b)** Demonstrați că triunghiul $EBC$ este isoscel.

**c)** Se consideră punctul $M$ mijlocul laturii $AD$, punctul $N$ mijlocul laturii $BC$ și $O$ punctul de intersecție a diagonalelor pătratului $ABCD$. Demonstrați că punctele $E$, $M$, $N$ și $O$ sunt coliniare.

**1.** În *Figura 2* sunt reprezentate un triunghi echilateral $ABC$ cu $AB = 10\,\text{cm}$ şi un triunghi isoscel $CDE$ cu $CD = DE = 10\,\text{cm}$. Punctul $C$ este situat pe segmentul $BE$, iar punctele $A$ şi $D$ sunt situate de o parte şi de alta a dreptei $BE$ astfel încât $m(\sphericalangle BCD) = 150°$. Punctele $M$ şi $N$ sunt mijloacele segmentelor $BC$, respectiv $CE$.

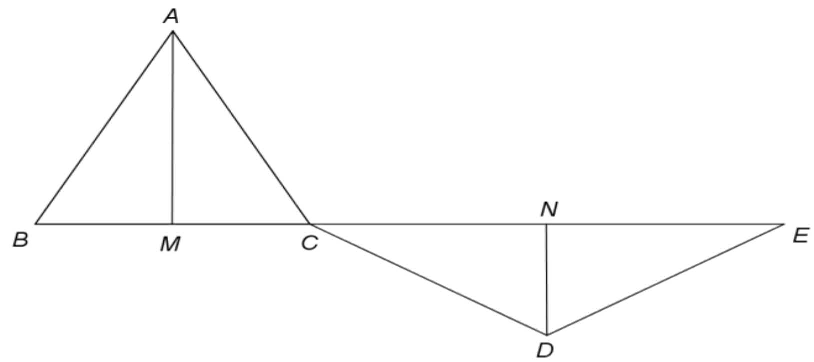


*Figura 2*

**a)** Arătaţi că unghiul $DCE$ are măsura de $30°$.
**b)** Demonstraţi că triunghiurile $ACM$ şi $CDN$ sunt congruente.
**c)** Arătaţi că patrulaterul $AMDN$ are aria mai mică decât $95\,\text{cm}^2$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un triunghi echilateral $ABC$ şi punctele $D$ şi $E$ sunt situate pe latura $BC$ astfel încât $BD = DE = EC = 6\,\text{cm}$.

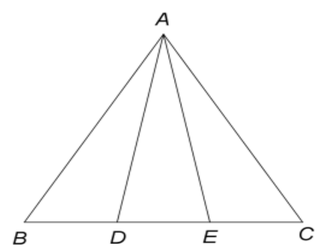


*Figura 2*

**a)** Arătaţi că perimetrul triunghiului $ABC$ este egal cu $54\,\text{cm}$.
**b)** Calculaţi distanţa de la punctul $D$ la latura $AB$.
**c)** Demonstraţi că $\sin(\sphericalangle DAE) < 0{,}4$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB > BC$ şi $AC = 4\,\text{dm}$, iar punctul $O$ este intersecţia diagonalelor dreptunghiului. Punctele $E$ şi $F$ sunt mijloacele segmentelor $AO$, respectiv $CO$ şi punctul $L$ aparţine laturii $AB$, astfel încât $LE = LF$.

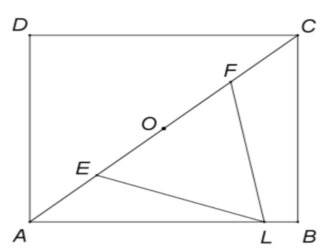


*Figura 2*

**a)** Arătaţi că $OE = 1\,\text{dm}$.
**b)** Demonstraţi că triunghiurile $AOL$ şi $ABC$ sunt asemenea.
**c)** Arătaţi că, dacă triunghiul $LEF$ este echilateral, atunci $AB = \dfrac{8\sqrt{7}}{7}\,\text{dm}$.

**1.** *Figura 2* reprezintă schița unui teren. Patrulaterul $ABCD$ este paralelogram cu $AB = 12\sqrt{2}\,\text{m}$, $BC = 12\,\text{m}$, $m(\sphericalangle DAB) = 45°$ și triunghiul $DCF$ este dreptunghic isoscel cu $m(\sphericalangle DFC) = 90°$.

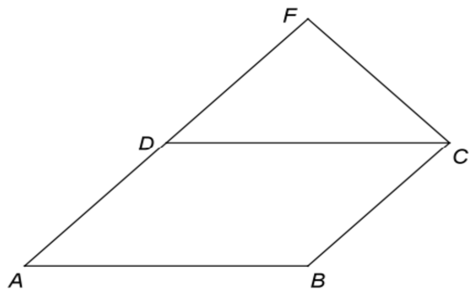



*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul triunghiului $DCF$ este egal cu $12(\sqrt{2}+2)\,\text{m}$.

**b)** Arătați că aria terenului este egală cu $216\,\text{m}^2$.

**c)** Demonstrați că dreptele $CD$ și $BF$ sunt perpendiculare.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 8\sqrt{3}\,\text{cm}$ și $AD = 8\,\text{cm}$. Pe segmentul $BD$ se consideră punctele $E$ și $F$ astfel încât $m(\sphericalangle DAE) = m(\sphericalangle EAF) = m(\sphericalangle FAB)$.

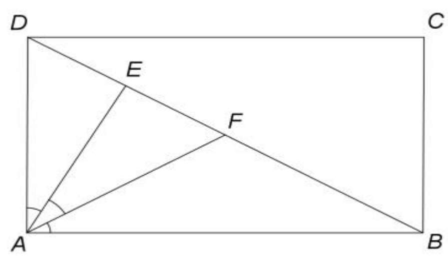



*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul dreptunghiului $ABCD$ este egal cu $16(\sqrt{3}+1)\,\text{cm}$.

**b)** Demonstrați că punctele $A$, $F$ și $C$ sunt coliniare.

**c)** Știind că $FM \parallel AB$, unde $M \in (AD)$ și $N$ este punctul de intersecție a dreptelor $FM$ și $AE$, demonstrați că dreptele $DN$ și $AC$ sunt perpendiculare.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AD = 12\,\text{cm}$ și $AC = 20\,\text{cm}$. Punctul $M$ este mijlocul laturii $AD$, iar punctul $N$ se află pe latura $CD$ astfel încât $DN = 4\,\text{cm}$.

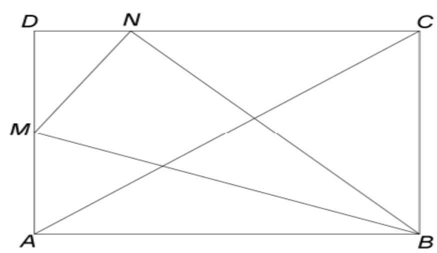



*Figura 2*

**a)** Arătați că $AB = 16\,\text{cm}$.

**b)** Arătați că raportul dintre aria triunghiului $DMN$ și aria triunghiului $ABM$ este egal cu $\frac{1}{4}$.

**c)** Determinați distanța de la punctul $M$ la dreapta $BN$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un triunghi dreptunghic $ABC$ cu $m(\sphericalangle BAC)=90°$, $AB=9\text{cm}$ și $AC=12\text{cm}$. Punctele $M$ și $N$ aparțin laturii $BC$, punctul $Q$ aparține laturii $AB$ și punctul $P$ aparține laturii $AC$, astfel încât $BM=MN=NC=MQ=NP$.

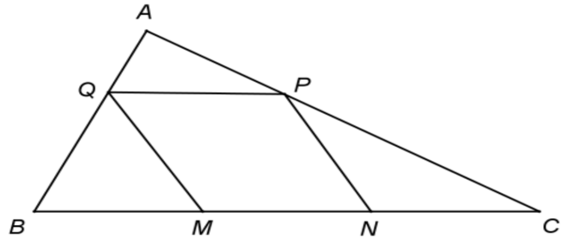


*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul triunghiului $ABC$ este egal cu $36\text{cm}$.

**b)** Arătați că aria triunghiului $PMC$ este egală cu $24\text{cm}^2$.

**c)** Demonstrați că patrulaterul $MNPQ$ este romb.

**1.** *Figura 2* este schița unui teren în formă de trapez dreptunghic $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, $AD \perp AB$, $AB=100$ m, $CD=60$ m și $AD=40\sqrt{3}$ m. Segmentul $CE$, unde $E\in(AB)$, împarte suprafața trapezului $ABCD$ în două suprafețe cu arii egale.

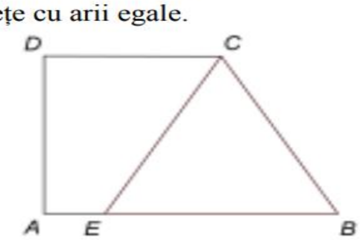


*Figura 2*

**a)** Arătați că aria trapezului $ABCD$ este egală cu $3200\sqrt{3}$ $\text{m}^2$.

**b)** Calculați măsura unghiului $BCD$.

**c)** Demonstrați că triunghiul $CEB$ este echilateral.

**1.** *Figura 2* este schița unui teren în formă de dreptunghi $ABCD$, cu $AB=150\text{m}$, $BC=100\text{m}$. Se consideră punctul $M$, mijlocul laturii $AB$ și punctul $N$ situat pe segmentul $DM$, astfel încât $DN=2MN$.

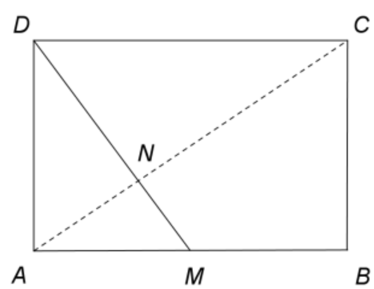


*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul dreptunghiului $ABCD$ este egal cu 500 m.

**b)** Arătați că punctele $A$, $N$ și $C$ sunt coliniare.

**c)** Demonstrați că aria triunghiului $AMN$ este egală cu 1250 $\text{m}^2$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un romb $ABCD$, cu $AB = 10$ cm și $m(\sphericalangle ABC) = 120°$.

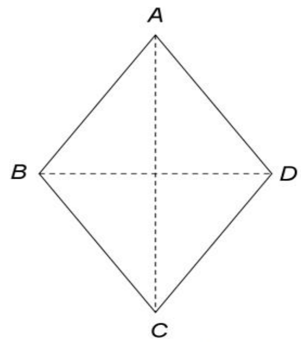


*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul rombului $ABCD$ este egal cu $40$ cm.

**b)** Arătați că lungimea diagonalei $AC$ este egală cu $10\sqrt{3}$ cm.

**c)** Pe laturile $AB$, $BC$, $CD$ și $DA$ ale rombului $ABCD$ se consideră punctele $M$, $N$, $P$, respectiv $Q$, astfel încât $MN \parallel AC$ și $MNPQ$ este pătrat. Demonstrați că $MN = 5\left(3-\sqrt{3}\right)$ cm.

**1.** *Figura 2* este schiţa unui teren. Triunghiul $ABC$ este echilateral cu $AB = 18$ m și punctul $D$ este situat pe dreapta $BC$ astfel încât triunghiul $ACD$ este obtuzunghic, cu $CD = 9$ m. Punctul $E$ este situat pe segmentul $AD$, astfel încât $\sphericalangle ACE \equiv \sphericalangle DCE$.

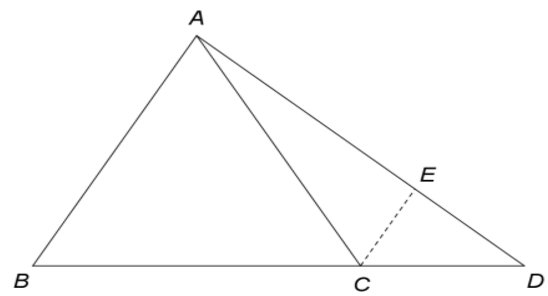


*Figura 2*

**a)** Arătați că aria triunghiului $ABC$ este egală cu $81\sqrt{3}\,\text{m}^2$.

**b)** Demonstrați că dreptele $EC$ și $AB$ sunt paralele.

**c)** Arătați că triunghiul $EAC$ are perimetrul egal cu $6\left(4+\sqrt{7}\right)$ m.

**1.** *Figura 2* este schiţa unui teren. $ABCD$ și $BEFC$ sunt paralelograme cu $AD = 60$ m, $AB = BE = 80$ m și punctele $A$, $B$ și $E$ coliniare. Se consideră punctele $M$ și $N$ pe laturile $BE$, respectiv $CD$, astfel încât $MN \perp BC$ și $BM = CN = 60$ m.

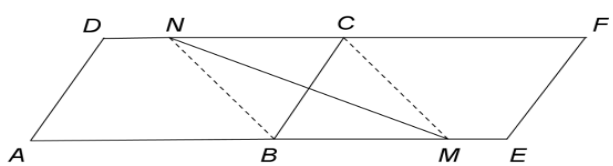


*Figura 2*

**a)** Arătați că perimetrul paralelogramului $ABCD$ este egal cu $280$ m.

**b)** Demonstrați că unghiul $DAB$ are măsura de $60°$.

**c)** Demonstrați că aria suprafeței $CMEF$ este mai mică decât $2600\ \text{m}^2$.

**1.** *Figura 2* reprezintă schiţa unui teren format din pătratul $ABCD$ cu $AB = 60$ m şi trapezul isoscel $AEFB$ cu $AB \parallel EF$, $EF = 180$ m şi $AE = 60\sqrt{2}$ m.

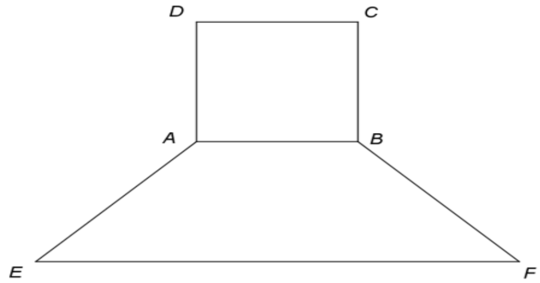



*Figura 2*

**a)** Arătaţi că distanţa de la punctul $A$ la dreapta $EF$ este egală cu $60\,\text{m}$.
**b)** Calculaţi aria suprafeţei terenului.
**c)** Demonstraţi că punctele $E$, $A$ şi $C$ sunt coliniare.

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 9$ cm şi punctele $E \in (AB)$ şi $F \in (CD)$ astfel încât triunghiul $AEF$ este echilateral cu $AE = 6$ cm.

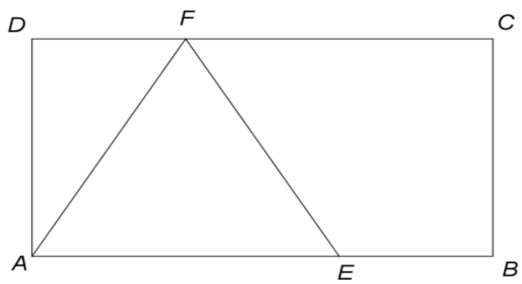



*Figura 2*

**a)** Arătaţi că aria triunghiului $AEF$ este egală cu $9\sqrt{3}\,\text{cm}^2$.
**b)** Calculaţi lungimea diagonalei $AC$ a dreptunghiului $ABCD$.
**c)** Demonstraţi că dreptele $AC$ şi $EF$ sunt perpendiculare.

**1.** *Figura 2* este schiţa unui aranjament floral dintr-un parc. Vârfurile dreptunghiului $ABCD$ sunt situate pe cercul de centru $O$ şi rază $OA = 5$ m, iar $AB = 8$ m. Pe suprafaţa haşurată sunt plantate flori, iar suprafaţa nehaşurată din interiorul cercului este acoperită cu gazon.

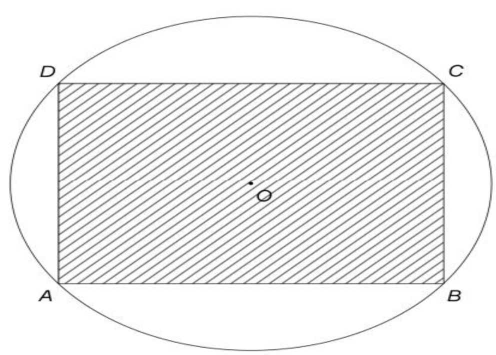



*Figura 2*

**a)** Arătaţi că lungimea cercului de centru $O$ şi rază $OA$ este egală cu $10\pi$ m.
**b)** Calculaţi perimetrul dreptunghiului $ABCD$.
**c)** Arătaţi că suprafaţa acoperită cu gazon are aria mai mică decât $30{,}75\ \text{m}^2$. Se consideră cunoscut faptul că $3{,}14 < \pi < 3{,}15$.

**1.** *Figura 2* este schiţa unui teren în formă de dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 150$ m şi $AD = 100$ m . Punctul $M$ este mijlocul laturii $AD$, iar punctul $N$ este situat pe latura $DC$ astfel încât $DN = 2NC$ .

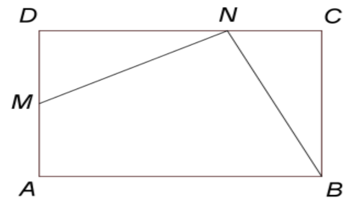



*Figura 2*

**a)** Arătaţi că aria terenului $ABCD$ este egală cu $1,5$ ha .

**b)** Demonstrați că triunghiul $MNB$ este isoscel.

**c)** Calculaţi măsura unghiului format de dreptele $MN$ şi $NB$ .

**1.** *Figura 2* este schiţa unui steag format din două trapeze dreptunghice $ABCD$ şi $EFCD$, $AE \perp DC$, în care $AB = EF = 8$ dm, $DC = 6$ dm, $AD = 2\sqrt{3}$ dm și punctul $D$ este mijlocul segmentului $AE$ .

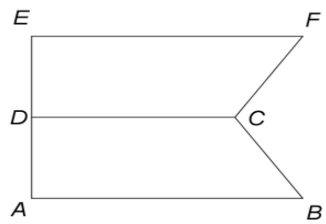



*Figura 2*

**a)** Arătaţi că aria trapezului $ABCD$ este egală cu $14\sqrt{3}$ dm$^2$ .

**b)** Calculaţi lungimea segmentului $BF$ .

**c)** Arătaţi că unghiul $BCF$ are măsura de $120°$ .

**1.** *Figura 2* este schiţa unui parc în formă de dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 5$ hm și $AD = 3$ hm . Aleile principale din acest parc sunt reprezentate de segmentele $EF$, $DP$, $DQ$, $BP$ și $BQ$, unde $E \in (AB)$, $F \in (CD)$ astfel încât $AE = CF = 1$ hm, iar segmentele $DP$ și $BQ$ reprezintă drumurile cele mai scurte de la punctele $D$, respectiv $B$ la dreapta $EF$ .

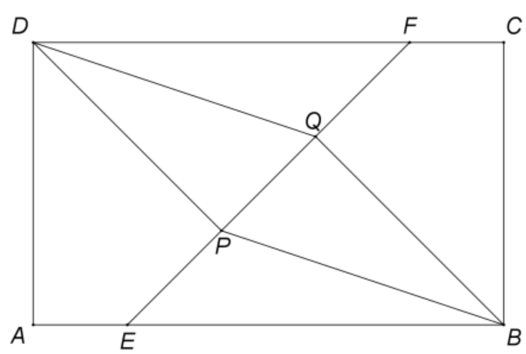



*Figura 2*

**a)** Calculaţi lungimea aleii $EF$ .

**b)** Arătaţi că traseul $E \to P \to D$ și aleea $EF$ au aceeași lungime.

**c)** Demonstraţi că patrulaterul $DPBQ$ este paralelogram.

**1.** *Figura 2* este schiţa unui patinoar în formă de dreptunghi $ABCD$, cu lungimea $AD = 30\sqrt{3}$ m şi lăţimea $AB = 30$ m. Un patinator porneşte din punctul $M$ situat pe latura $AB$ astfel încât $BM = 10$ m şi patinează paralel cu diagonalele dreptunghiului atingând latura $BC$ în $N$, latura $CD$ în $P$, latura $DA$ în $Q$ şi se întoarce în punctul $M$.

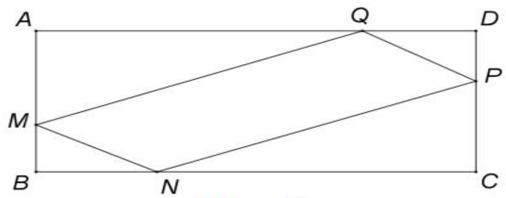



*Figura 2*

**a)** Calculaţi aria dreptunghiului $ABCD$.

**b)** Arătaţi că $m(\sphericalangle NMQ) = 60°$.

**c)** Arătaţi că distanţa parcursă de patinator pe traseul $M \to N \to P \to Q \to M$ este egală cu $120\,\text{m}$.

**1.** *Figura 2* reprezintă schiţa unui teren în formă de dreptunghi $ABCD$, cu dimensiunile $AB = 30\,\text{m}$ şi $BC = 10\,\text{m}$. Doi fraţi împart terenul printr-un gard $MN$, unde $M \in (AB)$ şi $N \in (CD)$ astfel încât $MB = ND = 10\,\text{m}$.

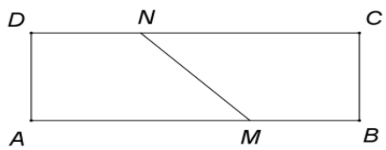



*Figura 2*

**a)** Calculaţi perimetrul dreptunghiului $ABCD$.

**b)** Arătaţi că $MN$ împarte terenul în două suprafeţe cu ariile egale.

**c)** Pentru construcţia gardului $MN$ sunt folosiţi 9 stâlpi. Doi dintre cei 9 stâlpi sunt situaţi în punctele $M$ şi, respectiv, $N$. Ştiind că stâlpii sunt aşezaţi la distanţe egale, arătaţi că distanţa dintre doi stâlpi consecutivi este mai mare decât $1,75\,\text{m}$.

**1.** *Figura 2* reprezintă schiţa unui covor în formă de dreptunghi $ABCD$. Modelul covorului, prezentat în figură, este format de triunghiurile $AOB$, $BOC$, $COD$ şi $DOA$. Punctul $O$ este situat în interiorul dreptunghiului $ABCD$ astfel încât triunghiul $AOD$ este echilateral, $AD = 2\,\text{m}$ şi $m(\sphericalangle BOC) = 2m(\sphericalangle AOD)$.

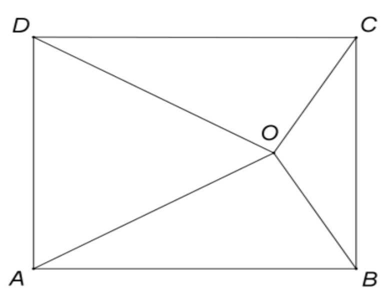



*Figura 2*

**a)** Calculaţi perimetrul triunghiului $AOD$.

**b)** Arătaţi că distanţa de la punctul $O$ la latura $BC$ este egală cu $\frac{\sqrt{3}}{3}\,\text{m}$.

**c)** Arătaţi că lungimea conturului covorului este mai mică decât $9\,\text{m}$.

**1.** În *Figura 2* este reprezentată o grădină în formă de dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 8\text{m}$ şi $AD = 4\text{m}$. Mijloacele laturilor dreptunghiului sunt vârfurile patrulaterului $MNPQ$. Suprafaţa reprezentată haşurat este plantată cu flori, iar restul suprafeţei grădinii $ABCD$ este acoperită cu gazon.

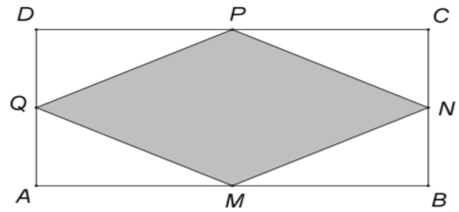



*Figura 2*

**a)** Calculaţi perimetrul grădinii $ABCD$.

**b)** Arătaţi că aria suprafeţei plantate cu flori este egală cu aria suprafeţei acoperite cu gazon.

**c)** Pe fiecare metru pătrat al suprafeţei reprezentate haşurat s-au plantat câte 25 de flori. Determinaţi suma cheltuită pentru cumpărarea florilor plantate în grădină, ştiind că o floare costă 2,5 lei.

**1.** *Figura 2* este schiţa unei table de joc $ABCD$, împărţită în 25 de pătrate colorate în alb sau în negru, fiecare pătrat având latura de 2 cm. Pe marginea tablei de joc sunt alese, ca în figură, punctele $P$, $Q$, $M$ şi $N$ astfel încât $AP = BQ = CM = DN$.

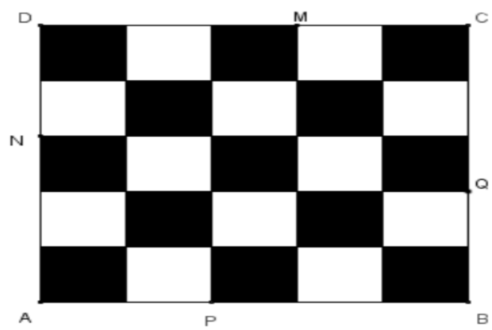



*Figura 2*

**a)** Calculaţi perimetrul pătratului $ABCD$.

**b)** Arătaţi că aria tuturor pătratelor albe reprezintă $48\%$ din aria tablei de joc.

**c)** Demonstraţi că dreptele $MP$ şi $NQ$ sunt perpendiculare.

**1.** Figura 2 este schiţa unei zone de agrement în formă de dreptunghi $ABCD$, cu lungimea $AB = 30$ m şi lăţimea $BC = 20$ m. În interiorul zonei de agrement se află un lac în formă de cerc cu raza de 10 m. Cercul intersectează latura $AB$ în punctul $P$ şi latura $BC$ în punctul $M$, astfel încât $PB = BM = MC$.

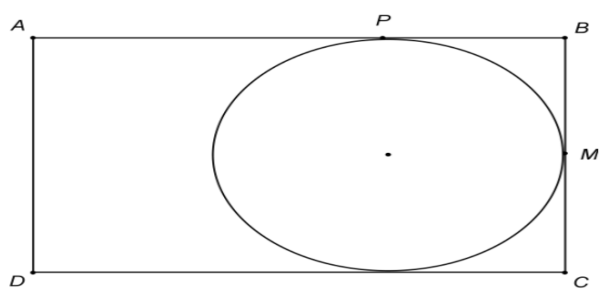



Figura 2

**a)** Calculaţi aria suprafeţei lacului.

**b)** Determinaţi aria triunghiului $DPM$.

**c)** În exteriorul lacului, zona de agrement este acoperită cu gazon. Verificaţi dacă aria suprafeţei acoperite cu gazon este mai mică decât aria suprafeţei lacului. Se consideră cunoscut faptul că $3,14 < \pi < 3,15$.

**1.** Figura 2 reprezintă schiţa unei grădini în formă de dreptunghi $ABCD$ cu lungimea $AB = 8\,\text{m}$ şi lăţimea $BC = 6\,\text{m}$. Punctul $M$ este mijlocul segmentului $AB$, punctul $P$ este mijlocul segmentului $AD$, iar punctul $N$ este situat pe segmentul $DC$, astfel încât $NC = 3\,\text{m}$. Zona haşurată reprezintă partea din grădină acoperită cu gazon, iar zona nehaşurată reprezintă partea din grădină unde sunt plantate flori.

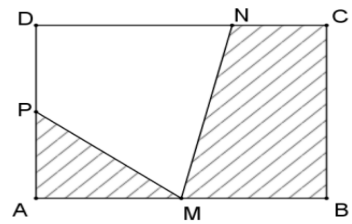


Figura 2

**a)** Calculaţi perimetrul dreptunghiului $ABCD$.

**b)** Arătaţi că aria suprafeţei acoperită cu gazon este egală cu $27\,\text{m}^2$.

**c)** Verificaţi dacă aria suprafeţei pe care sunt plantate flori este egală cu aria trapezului $MBCN$.

**1.** În Figura 2 este reprezentat un loc de joacă în formă de dreptunghi $ABCD$, cu $AD = 20$ m şi diagonala $BD = 40$ m.

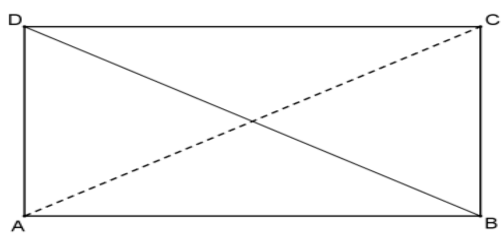


Figura 2

**a)** Arătaţi că $AB = 20\sqrt{3}$ m.

**b)** Verificaţi dacă unghiul dintre diagonalele dreptunghiului $ABCD$ are măsura egală cu $60°$.

**c)** Arătaţi că aria suprafeţei locului de joacă este mai mică decât $700\text{ m}^2$. Se consideră cunoscut faptul că $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$.

**1.** O bază de agrement are un patinoar în formă de dreptunghi $ABCD$ cu lungimea egală cu dublul lăţimii şi aria de $1250\text{ m}^2$.

**a)** Calculaţi perimetrul patinoarului.

**b)** Calculaţi lungimea diagonalei $(AC)$.

**c)** Oana patinează, în linie dreaptă, din punctul $A$ până în punctul $C$ și, tot în linie dreaptă, revine în punctul $A$. Mihai patinează de-a lungul fiecărei laturi a patinoarului plecând din $A$, făcând un tur complet al acestuia și ajungând din nou în $A$. Arătați că distanța parcursă de Mihai este mai mare decât distanța parcursă de Oana.

**1.** Figura 2 este schiţa unei ferme piscicole în formă de pătrat care are în interior un iaz reprezentat prin cercul de centru $O$, unde $O$ este intersecţia diagonalelor pătratului $ABCD$. Cercul are raza de 25 m, iar pătratul $ABCD$ are latura de 100 m.

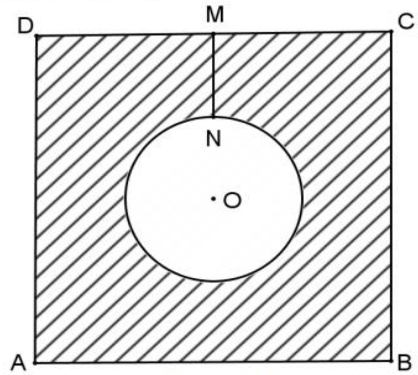



Figura 2

**a)** Calculaţi perimetrul pătratului $ABCD$.

**b)** Arătaţi că aria suprafeţei de teren haşurată în schiţă este egală cu $625(16-\pi)\,\text{m}^2$.

**c)** De cinci ori pe zi se verifică starea iazului. Pentru aceasta, un angajat intră în fermă prin poarta de acces situată în punctul *M*, mijlocul segmentului $CD$, ajunge la iaz în punctul *N*, ocoleşte iazul şi, după ce ajunge din nou în punctul *N*, se întoarce în punctul *M*. Ştiind că punctele $M$, $N$ şi $O$ sunt coliniare, arătaţi că, într-o zi, angajatul parcurge mai mult de un kilometru. Se consideră cunoscut faptul că $3{,}14 < \pi < 3{,}15$.

**2.** Figura 3 reprezintă schiţa unei mese formată dintr-un dreptunghi *ABCD*, cu $AB = 4$ m şi $BC = 2$ m şi două semicercuri cu diametrele $[AD]$, respectiv $[BC]$.

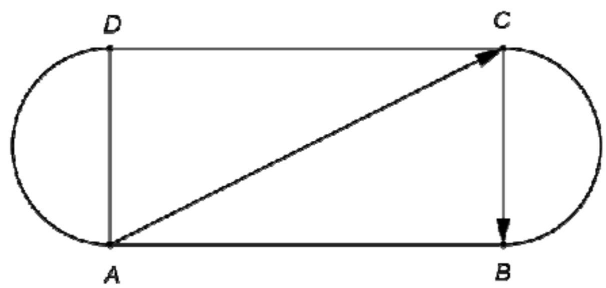



Figura 3

**a)** De-a lungul marginii mesei se lipeşte o bandă protectoare. Determinaţi lungimea acestei benzi.

**b)** Calculați aria suprafeței mesei.

**c)** O buburuză parcurge, mergând doar pe marginea mesei, traseul $A-B-C$, iar o furnică parcurge segmentul $[AC]$ şi, în continuare, segmentul $[CB]$. Arătaţi că lungimea traseului parcurs de buburuză este mai mare decât lungimea traseului parcurs de furnică. ($3{,}14 < \pi < 3{,}15$)

**2.** În Figura 2 este reprezentată schematic o placă de gresie în formă de dreptunghi, cu $AB = 28\,\text{cm}$ și $BC = 21\,\text{cm}$.

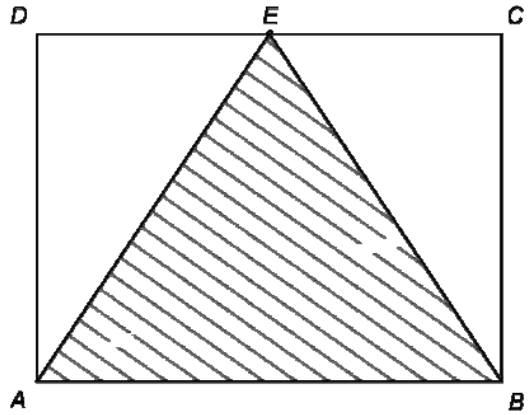



Figura 2

**a)** Calculați lungimea segmentului $(DB)$.

**b)** Determinați aria triunghiului $EAB$, unde $E$ este mijlocul laturii $(CD)$.

**c)** Arătați că sinusul unghiului $AEB$ este egal cu $\frac{12}{13}$.

**2.** Dreptunghiul $ABCD$ din Figura 3 reprezintă schița unei mese de biliard. Dimensiunile mesei sunt $AB = 12$ dm și $BC = 18$ dm.

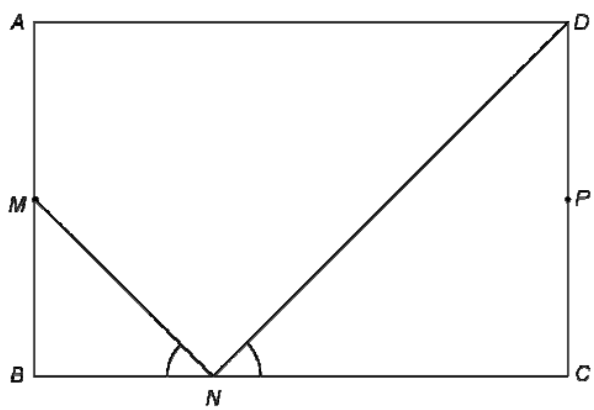



Figura 3

**a)** Calculați aria dreptunghiului $ABCD$, exprimată în metri pătrați.

**b)** Determinați perimetrul triunghiului $APB$, unde $P$ este mijlocul segmentului $(CD)$.

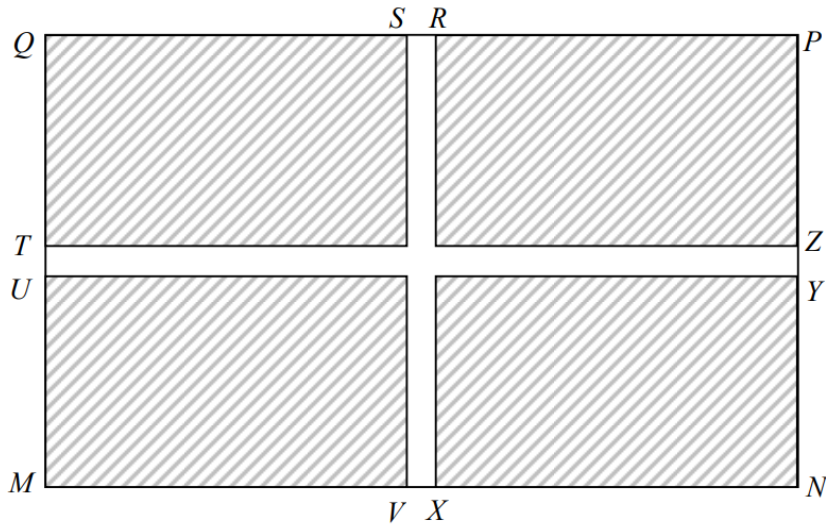
**c)** O bilă se află în punctul $M$, mijlocul laturii $(AB)$. Un jucător lovește bila care atinge latura $(BC)$ în punctul $N$ și apoi ajunge în punctul $D$. Știind că unghiurile $MNB$ și $CND$ sunt congruente, arătați că dreptele $MN$ și $ND$ sunt perpendiculare.

**2.** Figura 2 reprezintă schița unei grădini dreptunghiulare $MNPQ$ și a aleilor din interiorul ei. Se știe că $MN = 100$ m, $NP = 60$ m, $RS = TU = VX = ZY = 4$ m, $MV = XN = PR = SQ$ și $QT = UM = YN = PZ$.

**a)** Segmentele $RS$, $TU$, $VX$ și $ZY$ reprezintă porți de acces în grădină. Se împrejmuiește grădina cu gard, nu și în dreptul porților. Calculați lungimea gardului exterior care înconjoară grădina.

**b)** Calculați aria suprafeței ocupate de alei.

**c)** În interiorul fiecărei parcele formate (suprafețe hașurate) se amenajează câte un strat cu flori, în formă de cerc. Calculați aria maximă a unui astfel de strat.




**2.** Figura 3 reprezintă schița unei grădini dreptunghiulare în care sunt plantate flori în trei zone, una în formă de cerc și două în formă de semicerc, care intersectează laturile $[AD]$ și $[BC]$ doar în punctele $A, B, C, D, E$ și $F$. Zona circulară intersectează cele două zone semicirculare doar în punctele $M$ și $N$. Se știe că $AB = 16$ m.

**a)** O albină așezată pe o floare situată în mijlocul diametrului $[AB]$ zboară în linie dreaptă, mai întâi până la o floare situată în punctul $M$, apoi mai departe, tot în linie dreaptă, până la o floare situată în punctul $D$. Calculați distanța parcursă de albină.

**b)** Calculați aria suprafeței din grădină plantată cu flori.

**c)** Arătați că aria suprafeței reprezentată de porțiunea hașurată este mai mică decât $111\ \text{m}^2$.

$(3,14 < \pi < 3,15)$

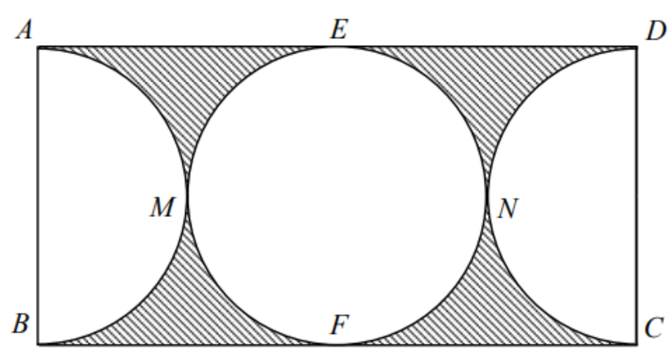



Figura 3

**2.** Figura 2 reprezintă schița unui rond de flori, circular, care se află în interiorul unei grădini dreptunghiulare și care este tangent laturilor $(AB)$ și $(CD)$ ale grădinii în punctele $M$, respectiv $N$. Se știe că: $AB = 9\text{m}$ și $BC = 6\text{m}$.

**a)** Calculați aria rondului.

**b)** Verificați dacă aria porțiunii hașurate este mai mică decât aria rondului circular. ( $3{,}14 < \pi < 3{,}15$ )

**c)** Arătați că, oriunde am planta doi copaci în zona hașurată a grădinii, distanța dintre aceștia este mai mică decât $11\text{m}$.

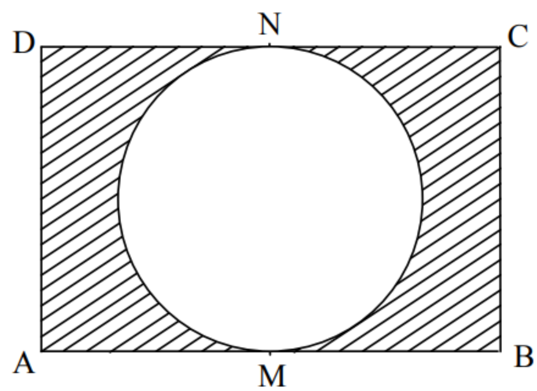



Figura 2

**MULTĂ BAFTĂ !!!** **Cu drag, prof.Mădălin GHIULER.**