Examenul de bacalaureat național 2022
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	**1.** Determinați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\ge1}$, știind că $a_1=3$ și $r=2$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(1-2a)x+1$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care $f(1)=f(-1)$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $1+\log_2(2x+1)=\log_2 4$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie pătrat perfect.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$, $B(-3,2)$ și $C(5,2)$. Determinați lungimea medianei triunghiului ABC construită din vârful A.
5p	**6.** Calculați $\sqrt{3}\cdot\sin60^\circ\cdot\sin45^\circ-3\cdot\sin30^\circ\cdot\cos45^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=-\dfrac{(x-1)(y-1)}{3}+1$.
5p	**1.** Arătați că $3*4=-1$.
5p	**2.** Verificați dacă $e=-2$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.
5p	**3.** Determinați numărul real a pentru care $a*7=5$.
5p	**4.** Determinați valorile reale ale lui x pentru care $x*(1+x)\ge-3$.
5p	**5.** Determinați cel mai mare număr natural n pentru care $n*n*n\le n$.
5p	**6.** Determinați perechile (m,n) de numere naturale pentru care $m*n=-1$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2&3\\1&-2\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$.
5p	**1.** Arătați că $\det(A)=-7$.
5p	**2.** Arătați că $\det(A+xI_2)\ge-7$, pentru orice număr real x.
5p	**3.** Determinați numărul real a pentru care $A\cdot A=aI_2$.
5p	**4.** Determinați numerele reale m pentru care $\det(mA-I_2)=m\cdot\det(A+I_2)$.
5p	**5.** Se consideră matricea $M=\begin{pmatrix}x&y\\y&x\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A\cdot M=M\cdot A$. Arătați că $y=0$.
5p	**6.** Determinați pentru câte valori întregi ale lui a obținem $\det(aA)\ge-28$.

Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_3 = a_1 + 2r$	**2p**
	$a_3 = 7$, $S_3 = \frac{(a_1 + a_3)\cdot 3}{2} = 15$	**3p**
2.	$f(1) = 2 - 2a$, $f(-1) = 2a$	**2p**
	$2 - 2a = 2a \Rightarrow 4a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$	**3p**
3.	$1 + \log_2(2x+1) = 2$	**2p**
	$\log_2(2x+1) = 1 \Rightarrow 2x+1 = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$, care convine	**3p**
4.	Numerele naturale de o cifră, pătrate perfecte sunt: $0,1,4,9$, deci sunt patru cazuri favorabile	**2p**
	Numerele naturale de o cifră sunt $0,1,2,...,9$, deci sunt zece cazuri posibile	**2p**
	$P = \frac{\text{număr cazuri favorabile}}{\text{număr cazuri posibile}} = \frac{2}{5}$	**1p**
5.	AM mediană $\Rightarrow M$ mijlocul laturii BC $\Rightarrow x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = 1$, $y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = 2$	**2p**
	$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \sqrt{4} = 2$	**3p**
6.	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	**3p**
	$\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} - 3\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 0$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$3 * 4 = -\frac{(3-1)\cdot(4-1)}{3} + 1 =$	**2p**
	$= -\frac{2\cdot 3}{3} + 1 = -2 + 1 = -1$	**3p**
2.	$x * (-2) = -\frac{(x-1)\cdot(-3)}{3} + 1 = x - 1 + 1 = x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$(-2) * x = -\frac{(-2-1)\cdot(x-1)}{3} + 1 = x - 1 + 1 = x$, pentru orice număr real x, deci $e = -2$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
3.	$-\frac{(a-1)\cdot(7-1)}{3} + 1 = 5$	**2p**
	$-(a-1)\cdot 2 + 1 = 5$, de unde obținem $a = -1$	**3p**

4.	$x*(1+x)=-\frac{(x-1)\cdot(1+x-1)}{3}+1=-\frac{x(x-1)}{3}+1$	**2p**
	$-\frac{x(x-1)}{3}+1\geq -3$, deci $x^2-x-12\leq 0$, de unde obținem $x\in[-3,4]$	**3p**
5.	$n*n=-\frac{(n-1)^2}{3}+1$, $n*n*n=(n*n)*n=\left(-\frac{(n-1)^2}{3}+1\right)*n=\frac{(n-1)^3}{9}+1$	**3p**
	$\frac{(n-1)(n-4)(n+2)}{9}\leq 0$, n număr natural $\Rightarrow n=4$ este cel mai mare număr natural căutat	**2p**
6.	$-\frac{(m-1)(n-1)}{3}+1=-1\Rightarrow (m-1)(n-1)=6$	**2p**
	Perechile (m,n) de numere naturale sunt: $(2,7);(3,4);(4,3);(7,2)$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}2 & 3\\ 1 & -2\end{vmatrix}=2\cdot(-2)-1\cdot 3=$	**3p**
	$=-4-3=-7$	**2p**
2.	$A+xI_2=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 1 & -2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}x & 0\\ 0 & x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2+x & 3\\ 1 & -2+x\end{pmatrix}$	**2p**
	$\det(A+xI_2)=x^2-7$, deci $x^2-7\geq -7 \Leftrightarrow x^2\geq 0$, pentru orice număr real x	**3p**
3.	$A\cdot A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 1 & -2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & 3\\ 1 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7 & 0\\ 0 & 7\end{pmatrix}$, $aI_2=\begin{pmatrix}a & 0\\ 0 & a\end{pmatrix}$	**3p**
	$\begin{pmatrix}7 & 0\\ 0 & 7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a & 0\\ 0 & a\end{pmatrix}\Rightarrow a=7$	**2p**
4.	$\det(mA-I_2)=1-7m^2$, $\det(A+I_2)=-6$	**2p**
	$7m^2-6m-1=0$, de unde obținem $m=-\frac{1}{7}$ sau $m=1$	**3p**
5.	$A\cdot M=\begin{pmatrix}2x+3y & 3x+2y\\ x-2y & -2x+y\end{pmatrix}$, $M\cdot A=\begin{pmatrix}2x+y & 3x-2y\\ x+2y & -2x+3y\end{pmatrix}$	**3p**
	$2x+3y=2x+y\Rightarrow y=0$ care verifică	**2p**
6.	$\det(aA)=-7a^2$	**2p**
	$-7a^2\geq -28\Rightarrow a^2\leq 4$, și cum $a\in\mathbb{Z}$, obținem $a=-2$, $a=-1$, $a=0$, $a=1$ sau $a=2$ deci a poate avea 5 valori	**3p**