**Examenul de bacalaureat național 2022**
**Proba E. c)**
**Matematică M_şt-nat**

**Clasa a XII-a**

Mate.info.ro profu' de mate **Simulare**

***Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii***
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

5 p | **1.** Calculaţi raţia progresiei aritmetice, $(a_n)_{n\ge1}$, ştiind că $a_3+a_4+a_5=9$ şi $a_5+a_6+a_7=15$.

5 p | **2.** Determinaţi numărul real *a*, ştiind că punctul $A\left(a^2-2a,2\right)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x+3$ .

5 p | **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^x+4^{x-1}=8$.

5 p | **4.** Determinaţi câte numere naturale de două cifre, având suma cifrelor număr impar, se pot forma cu elementele mulţimii $\{1,2,3,4,5\}$.

5 p | **5.** În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A(2,1)$ şi $B(0,3)$. Determinaţi ecuaţia dreptei care trece prin $O(0,0)$ şi este perpendiculară pe dreapta $AB$.

5 p | **6.** Calculaţi lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC în care $AB=12$, $AC=16$ şi $BC=20$

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&2\\-2&-4\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $M(x)=I_2+xA$, unde $x$ este număr real.

5 p | **a)** Arătaţi că $\det\left(M(1)\right)=-2$.

5 p | **b)** Demonstraţi că $M(x)\cdot M(y)=M(x+y-3xy)$, pentru orice numere reale $x$ şi $y$.

5 p | **c)** Demonstraţi că nu există numerele întregi $x$ şi $y$ astfel încât $M(x)\cdot M(y)=M(2022)$.

**2.** Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-6x-6y+42$.

5 p | **a)** Calculaţi $(1*2)*3$.

5 p | **b)** Arătaţi că $x*7=7*x=x$, pentru orice număr real $x$.

5 p | **c)** Determinaţi numerele naturale $n$ astfel încât $n*n=n$.

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{1}{x}+\ln x$.

5 p | **a)** Arătaţi că $f'(x)=\frac{x-1}{x^2}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

5 p | **b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei $f$ paralelă cu axa $Ox$.

5 p | **c)** Arătaţi că $\sqrt{x}\left(2-\ln x\right)\le 2$ pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

**2.** Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=x-\frac{1}{x}$.

5 p | **a)** Arătaţi că $\int_1^2\frac{f(x)}{x}dx=\frac{1}{2}$.

5 p | **b)** Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei $f$ este convexă pe $(0,+\infty)$.

5 p | **c)** Determinaţi numărul natural $n$ pentru care $\int_1^n\left(f(x)+xf'(x)\right)dx=6n-10$.

Str. General Berthelot, nr. 28-30
sector 1, 010168, București
Tel: +40 (21) 405 62 00
+40 (21) 405 63 00
www.edu.ro

Str. Ecaterina Teodoroiu, nr. 8B, Slatina, 230015, jud. Olt
E/mail ISJ: secretariat@isjolt.ot.edu.ro
Tel: +40 (249) 41 09 27
Fax: +40 (249) 41 28 01
www.isjolt.ro

Mate.info.ro
profu' de mate

**Examenul de bacalaureat național 2022**
**Proba E. c)**
**Matematică M_șt-nat**
**Barem de evaluare și notare**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

## SUBIECTUL I

| | | |
|---|---|---|
| 1. | $a_3+a_4+a_5=9 \Rightarrow 3a_4=9 \Rightarrow a_4=3$ și $a_5+a_6+a_7=15 \Rightarrow 3a_6=15 \Rightarrow a_6=5$ | 4p |
| | $r=\frac{a_6-a_4}{2}=1$ | 1p |
| 2. | $f\left(a^2-2a\right)=a^2-2a+3$ | 2p |
| | $a^2-2a+3=2 \Rightarrow a=1$ | 3p |
| 3. | $2^x+4^{x-1}=8 \Rightarrow 4^x+4\cdot 2^x-32=0$; $2^x=t>0 \Rightarrow t^2+4t-32=0$ | 3p |
| | $t_1=-8<0$ și $t_2=4 \Rightarrow x=2$ | 2p |
| 4. | O cifră este pară și cealaltă cifră este impară. Cifra pară poate fi aleasă în două moduri, iar cea impară în trei moduri. | 3p |
| | Se pot forma $2\cdot 3=6$ numere. | 2p |
| 5. | $m_{AB}=-1$ | 2p |
| | $m\cdot m_{AB}=-1$ și $m=1$ și ecuația $y=x$ | 3p |
| 6. | $BC^2=AB^2+AC^2$ | 2p |
| | $R=\frac{BC}{2}=10$ | 3p |

## SUBIECTUL al II-lea

| | | |
|---|---|---|
| 1.a) | $M(1)=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$ | 2 p |
| | $\det\left(M(1)\right)=-2$ | 3p |
| b) | $M(x)M(y)=(I_2+xA)(I_2+yA)=I_2+xA+yA+xyA^2$ | 2p |
| | $A^2=\begin{pmatrix} -3 & -6 \\ 6 & 12 \end{pmatrix}=-3A \Rightarrow M(x)\cdot M(y)=M(x+y-3xy)$ | 3p |
| c) | $M(x)\cdot M(y)=M(x+y-3xy) \Rightarrow x+y-3xy=2022$ | 1p |
| | $x+y-3xy=2022 \Rightarrow x$ și $y$ numere pare, $x=2k+1$, $y=2p+1$ | 2p |
| | $2k+1+2p+1-3(2k+1)(2p+1)=2022 \Rightarrow -2(6pk+2k+2p)=2023$, imposibil. | 2p |
| 2.a) | $1*2=26$ | 2p |
| | $26*6=6$ | 3p |
| b) | $x*7=x$, $\forall x\in\mathbb{R}$ | 2p |
| | $7*x=x$, $\forall x\in\mathbb{R} \Rightarrow 7*x=x*7=x$, $\forall x\in\mathbb{R}$ | 3p |
| c) | $n*n=n^2-12n+42 \Rightarrow n^2-12n+42=n \Rightarrow n^2-13n+42=0$ | 3p |
| | $n_1=6\in\mathbb{N}$, $n_2=7\in\mathbb{N}$ | 2p |

**SUBIECTUL al III-lea**

| | | |
|---|---|---|
| 1.a) | $f'(x)=\left(\frac{1}{x}+\ln x\right)'=-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}$, $x\in(0,+\infty)$ | 2 p |
| | $f'(x)=\left(\frac{1}{x}+\ln x\right)'=-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$ | 3p |
| b) | Panta tangentei este egală cu 0; $f'(x)=0 \Rightarrow x=1$. | 3p |
| | $f(1)=1$ și ecuația tangentei este $y=1$. | 2p |
| c) | $x_0=1$ este punct de minim global, $f(x)\geq f(1)=1$, $\forall x\in(0,+\infty)$ | 2p |
| | $f\left(\sqrt{x}\right)\geq 1 \Rightarrow \ln\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\geq 1 \Rightarrow \frac{\ln x}{2}+\frac{1}{\sqrt{x}}\geq 1 \Rightarrow \sqrt{x}(2-\ln x)\leq 2$ | 3p |
| 2.a) | $\int_1^2\frac{f(x)}{x}dx=\int_1^2\left(1-\frac{1}{x^2}\right)dx$ | 2p |
| | $\int_1^2 1dx=1$ și $\int_1^2\left(-\frac{1}{x^2}\right)dx=-\frac{1}{2} \Rightarrow \int_1^2\frac{f(x)}{x}dx=\frac{1}{2}$ | 3p |
| b) | Fie $F$ o primitivă oarecare a funcției $f$, $F'(x)=f(x)$, $\forall x\in(0,+\infty)$ | 2p |
| | $F''(x)=f'(x)=1+\frac{1}{x^2}>0$, $\forall x\in(0,+\infty) \Rightarrow$ F convexă pe $(0,+\infty)$ | 3p |
| c) | $\int_1^n\left(f(x)+xf'(x)\right)dx=\int_1^n\left[xf(x)\right]'dx=\left[xf(x)\right]\Big\|_1^n=nf(n)-f(1)$ | 2p |
| | $n^2-1=6n-10 \Rightarrow (n-3)^2=0 \Rightarrow n=3\in\mathbb{N}$ | 3p |

Mate.info.ro
profu' de mate