MINISTERUL EDUCAȚIEI

Societatea de Științe Matematice din România

Olimpiada Naţională de Matematică
Etapa locală - 26 februarie 2022
CLASA a VII-a – enunţuri

Timp de lucru 180 de minute
Fiecare problemă se punctează cu 1 punct

Alegeţi varianta de răspuns. Pentru fiecare întrebare, un singur răspuns este cel corect.

1. Numărul $N = \dfrac{2}{\frac{2}{5}} + \dfrac{\frac{2}{5}}{2}$ este egal cu:

A $5,8$ **B** $0,4$ **C** 1 **D** $5,2$ **E** 2

2. Produsul soluţiilor ecuaţiei $\dfrac{x^2+3}{3} + \dfrac{x^2+7}{5} + \dfrac{x^2+19}{11} = 6$ este egal cu:

A 5 **B** 3 **C** -3 **D** -5 **E** 11

3. Suma pătratelor soluţiilor ecuaţiei $||x|-3| = 2$ este egală cu:

A 1 **B** 2 **C** 26 **D** 50 **E** 52

4. Numărul elementelor iraţionale ale mulţimii $A = \left\{\sqrt{0}, \sqrt{1}, \sqrt{2}, \ldots \sqrt{300}\right\}$ este:

A 284 **B** 282 **C** 18 **D** 17 **E** 283

5. Se consideră numărul $A = \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{1}}{\sqrt{1\cdot 3}} + \dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{3\cdot 5}} + \dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{5\cdot 7}} + \ldots + \dfrac{\sqrt{243}-\sqrt{241}}{\sqrt{241\cdot 243}}$. Atunci:

A $0 < A < 1$ **B** $A \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{N}$ **C** $A > 2$ **D** $1 < A < 2$ **E** $A \in \mathbb{N}$

6. Se consideră rombul $ABCD$, cu $AB = 2\sqrt{3}$ cm. Fie M şi N mijloacele laturilor AB şi CD. Dacă dreptele MN şi AB sunt perpendiculare, atunci aria rombului $ABCD$ este egală cu:

A 3 cm^2 **B** 12 cm^2 **C** $3\sqrt{3}$ cm^2 **D** 6 cm^2 **E** $6\sqrt{3}$ cm^2

7+8. Se consideră dreptunghiul $ABCD$ şi punctele M, N, astfel încât M este mijlocul laturii CD, iar N este mijlocul segmentului AM. Dacă $AB = 4$ cm, iar dreptele AM şi BN sunt perpendiculare, atunci:

A $\sphericalangle DAM = 35^\circ$ **B** $\sphericalangle DAM = 45^\circ$ **C** $\sphericalangle DAM = 30^\circ$ **D** $\sphericalangle DAM = 60^\circ$ **E** $\sphericalangle DAM = 50^\circ$

A $CN = 4\sqrt{3}$ cm **B** $CN = 4$ cm **C** $CN = 2\sqrt{3}$ cm **D** $CN = 6$ cm **E** $CN = 4\sqrt{2}$ cm

9. Se consideră paralelogramul $ABCD$ cu $AB = 4$ cm şi $\sphericalangle A = 60^\circ$. Dacă bisectoarele unghiurilor A şi C nu sunt paralele, atunci aria lui $ABCD$ este egală cu:

A $8\sqrt{3}$ cm^2 **B** 16 cm^2 **C** $16\sqrt{3}$ cm^2 **D** 24 cm^2 **E** $12\sqrt{3}$ cm^2

10. Numerele reale nenule x, y, z verifică relaţiile $\dfrac{xy}{z} = \sqrt{6-4\sqrt{2}}$, $\dfrac{yz}{x} = 2+\sqrt{2}$, $\dfrac{zx}{y} = 3$. Suma $S = x^2+y^2+z^2$ are valoarea egală cu:

A 20 **B** 1 **C** 9 **D** 14 **E** 15

11. Fie triunghiul ascuţitunghic ABC cu $\sphericalangle ABC = 2\cdot\sphericalangle BAC$. Dacă O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC, M este punctul în care bisectoarea unghiului ABC intersectează a doua oară cercul circumscris triunghiului, $BM \cap AC = \{N\}$, iar $\sphericalangle BOM = 144^\circ$, atunci unghiul ANB are măsura de:

A 120° **B** 108° **C** 36° **D** 72° **E** 150°

12. Fie numărul de două cifre $\overline{xy}$. Rezultatul calculului $\left|\sqrt{96} - \overline{xy}\right| + \left|\overline{xy} - \sqrt{15000}\right|$ este egal cu:

A $54\sqrt{6}$ **B** $\overline{xy}$ **C** $2\overline{xy}$ **D** $46\sqrt{6}$ **E** $2\overline{xy} + 54\sqrt{6}$

13. Dacă a şi b sunt două numere reale astfel încât $-3 \leqslant a \leqslant 2$ şi $2b = a - 4$, atunci expresia

$$\sqrt{2a^2 + 10b^2 - 8a + 20b + 18} + 3\sqrt{10b^2 - 2a^2 + 80b - 16a + 128}$$

este egală cu:

A $6\sqrt{2}$ **B** $3\sqrt{2}\,(a-1)$ **C** $9\sqrt{2}$ **D** $9\sqrt{3}$ **E** $6\sqrt{3}$

14. Dacă $\overline{xy}$ este un număr de două cifre, iar $N = \left[\sqrt{159 + \overline{xy}}\right]$ (unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real a), atunci valorile distincte ale lui N sunt în număr de:

A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 1

15. Se consideră trapezul dreptunghic $ABCD$ ($AB \parallel CD$), cu $AB = 25$ cm, $CD = 11$ cm şi $\sphericalangle B = 45^\circ$. Aria triunghiului BCD este egală cu:

A 98 cm^2 **B** 154 cm^2 **C** 252 cm^2 **D** 175 cm^2 **E** 77 cm^2

16. Pe un cerc de centru O se consideră punctele diametral opuse A şi B. Mediatoarea segmentului OB intersectează cercul în punctele C şi D. Dacă patrulaterul $AMCD$ este inscriptibil, atunci măsura unghiului AMC este egală cu:

A 150° **B** 120° **C** 130° **D** 60° **E** 75°

17+18. Se consideră trapezul isoscel $ABCD$ ($AB \parallel CD$), cu $AB = 2CD = 24$ cm şi $\sphericalangle B = 45^\circ$. Punctele E şi F sunt mijloacele diagonalelor AC, respectiv BD, punctul G este intersecţia dreptelor AF şi DE, iar $\mathcal{S}$ este aria patrulaterului $CDEF$. Atunci :

A $\mathcal{S} = 27\ \text{cm}^2$ **B** $\mathcal{S} = 51\ \text{cm}^2$ **C** $\mathcal{S} = 21\ \text{cm}^2$ **D** $\mathcal{S} = 81\ \text{cm}^2$ **E** $\mathcal{S} = 18\ \text{cm}^2$

A $EG = 3\sqrt{2}$ cm **B** $EG = 2\sqrt{2}$ cm **C** $EG = 4$ cm **D** $EG = 6$ cm **E** $EG = \sqrt{2}$ cm

19. Numărul $S = \left[\sqrt{\sqrt{1\cdot 2}}\right] + \left[\sqrt{\sqrt{2\cdot 3}}\right] + \ldots + \left[\sqrt{\sqrt{100\cdot 101}}\right]$ (unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real a) este egal cu:

A 525 **B** 615 **C** 5050 **D** 625 **E** 825

20. Numerele reale x şi y verifică simultan relaţiile:

$$\left\{\frac{2x+y}{8}\right\} + \left[\frac{x+2y}{3}\right] = \frac{1}{4} \quad \text{şi} \quad \left\{\frac{x+2y}{3}\right\} + \left[\frac{2x+y}{8}\right] = \frac{5}{3}.$$

($\{a\}$ şi $[a]$ reprezintă partea fracţionară, respectiv partea întreagă a numărului real a).
Numărul $z = x - y$ este egal cu:

A $\dfrac{1}{4}$ **B** -4 **C** 0 **D** 8 **E** $\dfrac{1}{3}$

21. Dacă numerele întregi x şi y verifică egalitatea $|x-y| + xy = 0$, atunci cea mai mare valoare pe care o poate lua suma $x^2 + y^2$ este:

A 0 **B** 8 **C** 16 **D** 2 **E** 9

22. Unghiurile A, B, C, D ale patrulaterului convex $ABCD$ sunt direct proporţionale cu numerele 10, 9, 6, 11. Dreptele AD şi BC se intersectează în E, iar dreptele AB şi CD se intersectează în F. Suma măsurilor unghiurilor AEC şi BFD este egală cu:

A 90° **B** 40° **C** 30° **D** 50° **E** 60°

23. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC ($\sphericalangle A = 90^\circ$) şi punctele $M \in BC$, $N \in AB$, astfel încât AM este înălţime, CN este bisectoarea unghiului ACB, iar dreptele AM şi CN se intersectează în P. Dacă $CN = 18$ cm şi $\sphericalangle ABC = 30^\circ$, atunci lungimea segmentului MP este egală cu:

A 4,5 cm **B** 4 cm **C** 5,5 cm **D** 9 cm **E** 5 cm

24. Se consideră patrulaterul convex $ABCD$, astfel încât AC este bisectoarea unghiului BAD, BD este bisectoarea unghiului ABC, iar $AB = AD + BC$. Dacă punctul O este intersecţia diagonalelor AC şi BD, atunci unghiul dintre dreptele OA şi OB are măsura egală cu:

A 120° **B** 60° **C** 90° **D** 75° **E** 45°

Ministerul Educației

Societatea de Științe Matematice din România

Olimpiada Naţională de Matematică

Etapa locală - 26 februarie 2022

CLASA a VII-a

Grila de răspunsuri

1. D

2. C

3. E

4. E

5. A

6. B

7. C

8. C

9. A

10. D

11. B

12. D

13. C

14. C

15. E

16. B

17. A

18. E

19. D

20. D

21. B

22. B

23. A

24. B