MINISTERUL EDUCAȚIEI

Societatea de Ştiinţe Matematice din România

Olimpiada Naţională de Matematică
Etapa locală - 26 februarie 2022
CLASA a VIII-a – enunţuri

Timp de lucru 180 de minute
Fiecare problemă se punctează cu 1 punct

Alegeţi varianta de răspuns. Pentru fiecare întrebare, un singur răspuns este cel corect.

1. Fie x şi y numere reale cu proprietatea că $|x-3|+\sqrt{y^2+6y+9}=0$. Atunci x^y este:

A 27 **B** $\frac{1}{27}$ **C** -27 **D** $-\frac{1}{27}$ **E** 3

2. Cel mai apropiat întreg de numărul $a=\sqrt{2021\cdot 2023}$ este:

A 2020 **B** 2021 **C** 2022 **D** 2023 **E** 2024

3. Numărul $0,2022$ se află în intervalul:

A $\left[0,\frac{1}{10}\right]$ **B** $\left[\frac{1}{10},\frac{1}{5}\right]$ **C** $\left[\frac{1}{5},\frac{1}{4}\right]$ **D** $\left[\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right]$ **E** $\left[\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right]$

4. Se consideră piramida regulată $VABC$, unde G_1 este centrul de greutate al triunghiului VAB, iar G_2 este centrul de greutate al triunghiului VAC. Dacă $G_1G_2=2$ cm, atunci aria triunghiului ABC este:

A $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ cm^2 **B** $9\sqrt{3}$ cm^2 **C** $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ cm^2 **D** $\frac{9}{4}$ cm^2 **E** $\frac{9}{2}$ cm^2

5. Suma cifrelor a şi b pentru care numărul $\sqrt{\overline{2,(a)}+\overline{3,(b)}}$ este raţional, este:

A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

6. Dacă $x\in[-3,1]$ şi $\frac{|x|}{|x-1|+|x+3|}=0,(5)$, atunci $-\frac{1}{x}$ se află în intervalul:

A $\left(-\frac{1}{2},0\right)$ **B** $\left(\frac{1}{2},1\right)$ **C** $\left(-1,-\frac{1}{2}\right)$ **D** $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ **E** $\left(\frac{3}{2},2\right)$

7. Se consideră punctele distincte A,B,C,D,E,F, oricare trei necoliniare, situate într-un plan α şi un punct P în afara planului α. Dacă a este numărul dreptelor determinate de câte două dintre cele şapte puncte şi b este numărul planelor determinate de câte trei dintre cele şapte puncte, atunci $a+b$ este:

A 22 **B** 23 **C** 36 **D** 37 **E** 56

8. Dacă $x^2+5y^2-2xy-12y+9=0$, atunci $x+y$ este:

A 4 **B** 3 **C** 5 **D** $2,5$ **E** $1,5$

9. Fie cubul $ABCDA'B'C'D'$. Atunci cosinusul unghiului format de dreptele AB şi $A'C$ este:

A $\frac{\sqrt{3}}{3}$ **B** $\frac{1}{3}$ **C** $\frac{\sqrt{5}}{3}$ **D** $\frac{\sqrt{6}}{3}$ **E** $\frac{\sqrt{2}}{3}$

10. Valoarea numărului real $\sqrt{4+\sqrt{8}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$ este egală cu:

A 2 **B** $\sqrt{2}$ **C** 1 **D** 4 **E** $2\sqrt{2}$

11. Fie intervalul $I=(a,b)$, unde $a,b\in\mathbb{R}$. Dacă $I\cap\mathbb{Z}=\{2021,2022\}$ şi $E=|a-2020|+|b-2023|+|a-b|$, atunci expresia E este egală cu:

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 4 **E** 3

12. Fie mulţimea $A=\{(x,y)|x,y\in\mathbb{Z}\text{ şi }|x-2y+3|+|x+2y-3|<2\}$. Cardinalul mulţimii A este egal cu:

A 1 **B** 4 **C** 2 **D** 3 **E** 0

13. Câte numere întregi n există, pentru care $4n^4+1$ este număr prim?

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

14. Se consideră pătratul $ABCD$ şi un punct P situat pe perpendiculara în D pe planul pătratului. Dacă E, F şi G sunt proiecţiile lui D pe PA, PB, respectiv PC, atunci $\left(\frac{EA}{EP}+\frac{GC}{GP}\right)\cdot\frac{FP}{FB}$ este egal cu:

A 1 **B** 2 **C** $\frac{1}{2}$ **D** $\sqrt{2}$ **E** $\frac{3}{2}$

15. Câte elemente are mulţimea $A=\{\overline{ab} \mid \sqrt{\overline{ab}+\sqrt{b}}\in\mathbb{N}\}$?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

16. În tetraedrul regulat $ABCD$, notăm cu M mijlocul muchiei BD. Atunci cosinusul unghiului format de dreptele CM şi AD este:

A $\frac{\sqrt{3}}{6}$ **B** $\frac{1}{2}$ **C** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ **D** $\frac{\sqrt{2}}{3}$ **E** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

17. Trei feţe ale unui paralelipiped dreptunghic au lungimile diagonalelor direct proporţionale cu numerele $\sqrt{3}$, 2, $\sqrt{5}$. Ştiind că lungimea diagonalei paralelipipedului este 6 cm, produsul celor trei dimensiuni ale paralelipipedului, în cm^3, este:

A un număr iraţional **B** un număr natural cub perfect **C** un număr natural prim **D** un număr raţional neîntreg **E** un număr natural pătrat perfect

18. Fie $x, y\in\mathbb{R}$ cu $y\in[-1,3)$ şi $x-y+1=0$. Cel mai apropiat număr întreg de numărul $\sqrt{x^2+y^2-4x-6y+13}+\sqrt{x^2+y^2+4x+2y+5}$ este:

A 3 **B** 4 **C** 5 **D** 6 **E** 7

19. O furnică porneşte din punctul A şi se deplasează pe baza $ABCD$ a unei piramide patrulatere regulate $VABCD$, apoi pe faţa laterală VBC, intersectând muchia BC în punctul M, diferit de B şi C şi se opreşte în vârful V. Dacă toate muchiile piramidei au lungimea de 4 dm, iar lungimea drumului parcurs de furnică este minimă, lungimea segmentului BM este:

A $8-4\sqrt{3}$ dm **B** $2+\sqrt{3}$ dm **C** 2 dm **D** $4-\sqrt{3}$ dm **E** $\frac{4+\sqrt{3}}{2}$ dm

20. Maximul expresiei $E(x)=\frac{2x^2-8x+17}{x^2-4x+7}$, unde $x\in\mathbb{R}$, este:

A 5 **B** 4 **C** 1 **D** 3 **E** 2

21. Fie $SABC$ o piramidă triunghiulară regulată, cu baza ABC şi M mijlocul muchiei AC. Dacă măsura unghiului $\sphericalangle BSM$ este $90°$, atunci unghiul format de planele (SAB) şi (SMB) este egal cu:

A $30°$ **B** $45°$ **C** $60°$ **D** $90°$ **E** $15°$

22. Fie cubul $ABCDA'B'C'D'$. Atunci măsura unghiului format de dreptele AC' şi $A'B$ este:

A $30°$ **B** $45°$ **C** $60°$ **D** $90°$ **E** $15°$

23. Fie x, y, z numere reale pozitive pentru care $[x]\cdot y\cdot z=\frac{5\sqrt{6}}{6}$, $x\cdot[y]\cdot z=\frac{\sqrt{15}}{2}$, $x\cdot y\cdot[z]=\frac{\sqrt{10}}{2}$, unde $[b]$ este partea întreagă a numărului b. Atunci $[x^2+y^2+z^2]$ este:

A 1 **B** 3 **C** 4 **D** 7 **E** 5

24. Fie cubul $ABCDA'B'C'D'$ şi M, N, P mijloacele muchiilor AB, AD, respectiv AA'. Atunci măsura unghiului format de dreapta $A'C'$ cu dreapta de intersecţie a planelor (MNP) şi (BCC') este:

A $30°$ **B** $45°$ **C** $60°$ **D** $90°$ **E** $15°$

Olimpiada Naţională de Matematică

Etapa locală - 26 februarie 2022

CLASA a VIII-a

Grila de răspunsuri

Problema	Răspuns
1.	B
2.	C
3.	C
4.	B
5.	C
6.	D
7.	D
8.	B
9.	A
10.	A
11.	E
12.	E
13.	C
14.	A
15.	B
16.	A
17.	E
18.	D
19.	A
20.	D
21.	B
22.	D
23.	E
24.	C