

Examenul național de bacalaureat 2022

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.

• Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $(\sqrt{5} + 1)^2 + (\sqrt{5} - 1)^2 = 12$
- 5p 2. Ordonăți crescător numerele reale $\log_2 16; \log_3 27; \left(\frac{7}{2}\right)^1$.
- 5p 3. Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația: $3^{x^2-7} = 3^9$
- 5p 4. Determinați numerele reale a , știind că punctul $A(a; a+4)$ aparține graficului funcției $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 - 2$.
- 5p 5. Să se determine $a \in \mathbf{R}$, știind că $2x_1 + 5x_1x_2 + 2x_2 = 0$ unde x_1, x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - 3x + a = 0$.
- 5p 6. Triunghiul ABC are laturile $AC=5, BC=13, AB=12$. Să se calculeze $\sin B + \sin C$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y = x+y-2$

- 5p 1. Calculați $(-2) * 2$
- 5p 2. Să se demonstreze că legea „* ” este asociativă.
- 5p 3. Verificați dacă $e=2$ este element neutru al legii de compoziție " * "
- 5p 4. Să se determine numărul real x , știind că $(x + 2) * x = 2022$
- 5p 5. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $9^x + 3^x = 0$
- 5p 6. Arătați că: $x^2 * \frac{1}{x^2} \geq 0$ pentru orice număr real nenul.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

- 5p 1. Să se calculeze $\det(A(0))$
- 5p 2. Arătați că $4 \cdot A(1) - 3 \cdot A(-1) = A(7)$
- 5p 3. Să se determine numerele reale a știind că $\det(A(a)) = 10$
- 5p 4. Arătați că $\det(A(a) - I_2) > 0$ pentru orice număr real a , unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- 5p 5. Să se determine valorile întregi ale lui a pentru care $\text{Tr}(A^2(a)) = 0$
- 5p 6. Determinați numărul matricele $A(a)$, unde a este număr întreg și $\det(A(a)) \leq 401$.

Examenul național de bacalaureat 2022

Proba E. c)

 Matematică *M_pedagogic*

Simulare

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

SUBIECTUL I

(30 puncte)

1.	Calculează $(\sqrt{5} + 1)^2 = 5 + 2\sqrt{5} + 1$	2p
	Calculează $(\sqrt{5} - 1)^2 = 5 - 2\sqrt{5} + 1$	2p
	Finalizează $5 + 2\sqrt{5} + 1 + 5 - 2\sqrt{5} + 1 = 12$	1p
2.	$\log_2 16 = \log_2 2^4 = 4 \log_2 2 = 4$	2p
	$\log_3 27 = \log_3 3^3 = 3 \log_3 3 = 3$	2p
	$\left(\frac{7}{2}\right)^1 = \frac{7}{2} = 3,5 \Rightarrow \log_3 27 < \frac{7}{2} < \log_2 16$	1p
3.	$3^{x^2-7} = 3^9 \Leftrightarrow x^2 - 7 = 9$	2p
	$x^2 = 16$	1p
	$x^2 = \pm 4$	2p
4.	$A(a; a+4) \in G_f$ dacă $f(a) = a+4$	2p
	$a^2 - 2 = a + 4, a^2 - a - 6 = 0$	1p
	Finalizare $a \in \{-2; 3\}$	2p
5.	$x^2 - 3x + a = 0$, avem $S = x_1 + x_2 = 3$ $P = x_1 \cdot x_2 = a$	2p
	$2x_1 + 5x_1x_2 + 2x_2 = 0 \Rightarrow 2S + 5P = 0$	2p
	$6 + 5a = 0$ $a = -\frac{6}{5}$	1p
6.	$AC = 5 \Rightarrow AC^2 = 25$ $BC = 13 \Rightarrow BC^2 = 169$ $AB = 12 \Rightarrow AB^2 = 144$	2p
	$\Rightarrow BC^2 = AC^2 + AB^2$, deci conform teoremei lui Pitagora, ΔABC este dreptunghic în A.	2p
	$\sin C = \frac{12}{13}, \sin B = \frac{5}{13}$ $\sin C + \sin B = \frac{17}{13}$	1p

SUBIECTUL al II lea

(30 puncte)

1	$(-2) * 2 = (-2) + 2 - 2 =$	3p
	$= -2$	2p
2	$(x * y) * z = (x + y - 2) * z = x + y + z - 4$	2p
	$x * (y * z) = x * (y + z - 2) = x + y + z - 4 = (x * y) * z$ pentru orice numere reale x, y, z	3p
3.	$x * 2 = x + 2 - 2 = x$ pentru orice număr real x	2p
	$2 * x = 2 + x - 2 = x$ pentru orice număr real x	2p
	Concluzie, $e=2$, element neutru al legii de compoziție " $*$ "	1p

4.	$(x + 2) * x = (x + 2) + x - 2 = 2x$ $(x + 2) * x = 2022$ $2x = 2022 \Rightarrow x = 1011$	3p 1p 1p
5.	$9^x * 3^x = 9^x + 3^x - 2, \forall x \in \mathbf{R}.$ $9^x + 3^x - 2 = 0 \Leftrightarrow (3^x + 2)(3^x - 1) = 0$ <i>Finalizare, $x = 0$</i>	1p 2p 2p
6.	$x^2 * \frac{1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = \frac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^2} =$ $= \frac{(x^2 - 1)^2}{x^2} \geq 0$ pentru orice număr real nenul x	3p 2p

SUBIECTUL al III lea
(30 puncte)

1.	$\det(A(0)) = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \cdot 0 - (-1) \cdot 1 =$ $= 1$	3p 2p
2.	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, A(-1) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, A(7) = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}$ $4 \cdot A(1) - 3 \cdot A(-1) = A(7) = 4 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ -1 & 7 \end{pmatrix} = A(7)$	3p 2p
3.	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} a & 1 \\ -1 & a \end{vmatrix} = a^2 + 1$ $a^2 + 1 = 10 \Leftrightarrow a_1 = -3$ și $a_2 = 3$	2p 3p
4.	$A(a) - I_2 = \begin{pmatrix} a-1 & 1 \\ -1 & a-1 \end{pmatrix},$ $\det(A(a) - I_2) = \begin{vmatrix} a-1 & 1 \\ -1 & a-1 \end{vmatrix} = (a-1)^2 + 1 >$ pentru orice număr real	3p 2p
5.	$A^2(a) = A(a) \cdot A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 - 1 & 2a \\ -2a & a^2 - 1 \end{pmatrix}$ $\text{Tr}(A^2(a)) = 2(a^2 - 1)$ $\text{Tr}(A^2(a)) = 0 \Leftrightarrow 2(a^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow a = \pm 1$	2p 1p 2p
6.	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} a & 1 \\ -1 & a \end{vmatrix} = a^2 + 1$ $a^2 \leq 400 \Leftrightarrow a \leq 20$ și $a \in \mathbf{Z}$, deci sunt 41 de matrice $A(a)$ care verifică cerința	2p 3p