Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, Ianuarie 2022
Proba E.c)
Matematică *M_șt-nat*

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p **1.** Calculați suma primilor 10 termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$ știind că $a_1 = 6$ și $a_2 = 12$.

5p **2.** Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-2x+m$, unde m este un parametru real. Determinați valoarea lui m pentru care functia f admite un minim egal cu 3.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\left(\sqrt{3}\right)^{4+x-x^2} = \sqrt[3]{27}$.

5p **4.** Aflați câte numere naturale de trei cifre distincte au cifrele din mulțimea $\{1,2,3,4,5\}$ și au o cifră egală cu 3.

5p **5.** Fie vectorii $\vec{u} = m\cdot\vec{i} + (m+1)\cdot\vec{j}$ și $\vec{v} = 2\cdot\vec{i} + (m+3)\vec{j}$. Să se determine $m>0$ astfel încât vectorii $\vec{u}$ și $\vec{v}$ să fie coliniari.

5p **6.** Calculaţi $\cos 130^0 + \cos 50^0$

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} 1+3x & 6x \\ -x & 1-2x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1)) = 2$.

5p **b)** Determinați valorile reale ale lui x pentru care $\det(A(x)\cdot A(-x)) \geq 0$.

5p **c)** Determinați numerele naturale m și n care verifică relația $A(m)\cdot A(n) = 2$.

2. Pe **R** se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de $x \circ y = xy + 2x + 2y + 2$.

5p **a)** Calculaţi $0 \circ (-2)$.

5p **b)** Arătaţi că $x \circ y = (x+2)(y+2) - 2$, pentru orice numere reale x şi *y*.

5p **c)** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x \circ x \circ x = 6$.

SUBIECTUL al III-lea (30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: R \to R$, $f(x) = \left(x^2 - 5\cdot x - 5\right)\cdot e^x$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in R$.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Să se arate că tangenta la graficul funcției f, dusă în punctul de coordonate $\left(-2; f(-2)\right)$ este paralelă cu axa Ox.

2. Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to R$, $f(x) = x^2 \cdot \ln x$.

5p **a)** Determinați mulțimea primitivelor funcției f pe intervalul $(0,\infty)$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to 1}\frac{F(x)}{x-1}$, unde F este o primitivă pe intervalul $(0,\infty)$ pentru care $F(1) = 0$.

5p **c)** Stabiliți intervalele de monotonie ale funcției F de la subpunctul b).

Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E.c)
Matematică *M_șt-nat*
Barem de evaluare și de notare

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p	**1.** $r = a_2 - a_1 = 12 - 6 = 6$	**2p**
	$S_{10} = \frac{10 \cdot (2 \cdot a_1 + 9 \cdot r)}{2} = 5 \cdot (2 \cdot 6 + 9 \cdot 6) = 330$.	**3p**
5p	**2.** $x_V = 1$	**2p**
	$a = 1 > 0$, f admite minim $f(x_V) = 3 \Rightarrow f(1) = 3$, $m = 4$	**3p**
5p	**3.** $\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{4+x-x^2} = 3^1 \Rightarrow 3^{\frac{4+x-x^2}{2}} = 3^1 \Rightarrow \frac{4+x-x^2}{2} = 1$	**3p**
	$\Rightarrow 4 + x - x^2 = 2 \Rightarrow -x^2 + x + 2 = 0 \Rightarrow x \in \{-1; 2\}$	**2p**
5p	**4.** Numerele au forma $\overline{3bc}$, $\overline{a3c}$, $\overline{ab3}$, cu $a \neq b \neq c \neq a$ și $a, b, c \in \{1,2,3,4,5\}$	**2p**
	Sunt câte A_4^2 numere din fiecare categorie, deci vor fi $3A_4^2 = 36$ numere, în total	**3p**
5p	**5.** $\frac{m}{2} = \frac{m+1}{m+3}$	**3p**
	$m^2 + m - 2 = 0$, $m > 0$, deci $m = 1$	**2p**
5p	**6.** Avem: $\cos(\pi - x) = -\cos x, \forall x \in R$	**3p**
	$\Rightarrow \cos 130^0 + \cos 50^0 = 0$.	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

5p	**1.a)** $A(1) = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$	**2p**
	$\det A(1) = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = 4 \cdot (-1) - 6 \cdot (-1) = 2$	**3p**
5p	**b)** $A(x) \cdot A(-x) = \begin{pmatrix} 1-3x^2 & -6x^2 \\ x^2 & 1+2x^2 \end{pmatrix}$	**2p**
	$\det(A(x) \cdot A(-x)) = 1 - x^2$	**2p**
	$1 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x \in [-1, 1]$	**1p**
5p	**c)** $A(m) \cdot A(n) = A(mn + m + n)$	**2p**
	$A(mn + m + n) = A(2) \Rightarrow mn + m + n = 2$, de unde $(m+1)(n+1) = 3$	**2p**
	Cum $m, n \in \mathbb{N}$, se obține $(m, n) \in \{(2,0), (0,2)\}$	**1p**
5p	**2. a)** $0 \circ (-2) = 0 \cdot (-2) + 2 \cdot 0 + 2 \cdot (-2) + 2 = -4 + 2 = -2$	**5p**
5p	**b)** $x \circ y = x(y+2) + 2(y+2) - 2 = (x+2)(y+2) - 2$	**5p**
5p	**c)** Din b) $\Rightarrow x \circ x = (x+2)^2 - 2$;	**1p**
	$x \circ x \circ x = [(x+2)^2 - 2 + 2](x+2) - 2 = (x+2)^3 - 2$.	**2p**
	Deci, $(x+2)^3 - 2 = 6 \Rightarrow (x+2)^3 = 8 \Rightarrow x + 2 = 2 \Rightarrow x = 0$.	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

5p	**1. a)** $f'(x)=\left(x^2-5x-5\right)'\cdot e^x+\left(x^2-5x-5\right)\cdot\left(e^x\right)'=(2x-5)\cdot e^x+\left(x^2-5x-5\right)\cdot e^x=$ $=e^x\cdot(x^2-3x-10)$	**3p** **2p**
5p	**b)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^2-5x-5\right)\cdot e^x\overset{\infty\cdot 0}{=}\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2-5x-5}{e^{-x}}\underset{l'H}{\overset{\left(\frac{\infty}{\infty}\right)}{=}}\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x-5}{-e^{-x}}\underset{l'H}{\overset{\left(\frac{\infty}{\infty}\right)}{=}}\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2}{e^{-x}}=0\in R$ $\Rightarrow y=0$ asimptotă orizontală spre $-\infty$	**3p** **2p**
5p	**c)** Cerința este echivalentă cu a arăta că panta tangentei la grafic în punctul $x_0=-2$ este 0, adică $f'(-2)=0$. Din a) $\Rightarrow f'(x)=e^x\cdot(x^2-3x-10)\Rightarrow f'(-2)=e^{-2}\cdot(4-3\cdot(-2)-10)=0$	**3p** **2p**
5p	**2. a)** $\int x^2\cdot\ln x dx=\int\left(\frac{x^3}{3}\right)'\cdot\ln x dx=\frac{x^3}{3}\cdot\ln x-\int\frac{x^3}{3}\cdot\frac{1}{x}dx=$ $=\frac{x^3}{3}\cdot\ln x-\frac{1}{3}\cdot\int x^2dx=\frac{x^3}{3}\cdot\ln x-\frac{x^3}{9}+C$	**3p** **2p**
5p	**b)** $\lim\limits_{x\to1}\frac{F(x)}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\frac{F(x)-F(1)}{x-1}=F'(1)=$ $=f(1)=1^2\cdot\ln 1=0$	**3p** **2p**
5p	**c)** $F'(x)=f(x)$, $\forall x\in(0,\infty)$ $F'(x)=0\Rightarrow x^2\cdot\ln x=0\Rightarrow x=1\in(0,\infty)$ $F'(x)<0,\forall x\in(0,1)\Rightarrow F$ este strict descrescătoare pe $(0,1)$ și $F'(x)>0,\forall x\in(1,\infty)\Rightarrow F$ este strict crescătoare pe $(1,\infty)$; $x_0=1$ punct de minim.	**2p** **3p**

Coordonator grup de lucru – M_ șt-nat:

- Bălănescu Daniela, inspector școlar pentru matematică

Grup de lucru – Varianta 3 – M_șt-nat:

- Petrea Cristina, Colegiul Național *Mircea cel Bătrân* Constanța
- Teodorov Corina-Loredana, Școala Gimnazială nr. 24 *Ion Jalea* Constanța

Bibliografie:

1. Zanoschi A., Iurea Ghe., Bacalaureat 2021: matematica - M_mate-info, Editura Paralela 45, Pitesti 2020
2. Andronache M., Serbanescu D., Matematica pentru examenul de bacalaureat, M1, Editura Art, Clubul matematicienilor, 2015