

## Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, Ianuarie 2022

## Proba E.c)

Matematică  $M_{tehnologic}$ 

## Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale, profilul tehnic, toate calificările profesionale

## SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1. Determinați rația progresiei aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $a_1 = 3$  și  $a_8 = 38$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 4x + a$ , unde  $a$  este număr real. Determinați numărul real  $a$  pentru care  $f(3) + f(-3) = 14$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $8^{x-3} = 4$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifrele egale.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2, 1)$ ,  $B(6, 4)$  și  $C(8, 9)$ . Arătați că  $AC = 2AB$ .
- 5p 6 Lungimea ipotenuzei BC a triunghiului dreptunghic ABC este egală cu 30. Determinați lungimea catetei AB, știind că  $\sin C = 0,8$ .

## SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p a) Calculați  $\det A$ .
- 5p b) Verificați că  $A \cdot A - 4A = 6I_2$ .
- 5p c) Determinați numerele reale  $x$ , știind că  $\det(A - xI_2) = 6$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = xy - (x + y) + 2$ .
- 5p a) Arătați că  $1 * (-1) = 1$ .
- 5p b) Verificați dacă  $e = 2$  este elementul neutru al legii de compoziție „\*“.
- 5p c) Determinați mulțimea valorilor reale ale lui  $x$  pentru care  $x * x \leq x$ .

## SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 - 12x + 20$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = 3(x^2 - 4)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = 2$ , situat pe graficul funcției.
- 5p c) Demonstrați că  $f(x) \geq 4$ , pentru orice  $x \in [-2, \infty)$ .
2. Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 5x + 2$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_1^2 (f(x) + 5x - 2) dx = \frac{7}{3}$ .
- 5p b) Determinați primitiva  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  a funcției  $f$  al cărei grafic conține punctul  $A(0, 3)$ .
- 5p c) Calculați  $\int_0^1 (f(x) - x^2 + 6x - 2)e^x dx$ .

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, Ianuarie 2022

Proba E.c)

Matematică *M\_tehnologic*

Barem de evaluare și de notare

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale, profilul tehnic, toate calificările profesionale

**SUBIECTUL I**

(30 puncte)

5p	1. $a_8 = a_1 + 7r \Rightarrow 38 = 3 + 7r$ $7r = 35 \Rightarrow r = 5$	3p 2p
5p	2. $f(3) = 12 + a$ ; $f(-3) = -12 + a$ ; $f(3) + f(-3) = 2a$ $2a = 14 \Rightarrow a = 7$	3p 2p
5p	3. $(2^3)^{x-3} = 2^2 \Rightarrow 2^{3x-9} = 2^2 \Rightarrow 3x - 9 = 2$ $x = \frac{11}{3}$	3p 2p
5p	4. Există 90 de numere naturale de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile. Există 9 numere naturale de două cifre cu cifrele egale, deci sunt 9 cazuri favorabile $P = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$	3p 2p
5p	5. $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 = 2AB$	2p 3p
5p	6. $\sin C = \frac{AB}{BC} \Rightarrow 0,8 = \frac{AB}{30}$ $AB = 24$	3p 2p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 puncte)

5p	1.a) $\det A = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot 3 - 3 \cdot 3 =$ $= 3 - 9 = -6.$	3p 2p
5p	b) $A \cdot A = \begin{pmatrix} 10 & 12 \\ 12 & 18 \end{pmatrix}$ , respectiv $4 \cdot A = \begin{pmatrix} 4 & 12 \\ 12 & 12 \end{pmatrix}$ $A \cdot A - 4 \cdot A = \begin{pmatrix} 10 & 12 \\ 12 & 18 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 12 \\ 12 & 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} = 6 \cdot I_2$	2p 3p
5p	c) $A - xI_2 = \begin{pmatrix} 1-x & 3 \\ 3 & 3-x \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A - xI_2) = \begin{vmatrix} 1-x & 3 \\ 3 & 3-x \end{vmatrix} = x^2 - 4x - 6$ $x^2 - 4x - 6 = 6 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 12 = 0$ , deci $x = -2$ sau $x = 6$	3p 2p
5p	2. a) $1 * (-1) = 1 \cdot (-1) - (1 + (-1)) + 2 = -1 - (1 - 1) + 2 =$ $= -1 - 0 + 2 = 1$	3p 2p
5p	b) $x * 2 = x \cdot 2 - (x + 2) + 2 = 2x - x - 2 + 2 = x$ , pentru orice număr real $x$ $2 * x = 2x - (2 + x) + 2 = 2x - 2 - x + 2 = x = x * 2$ , pentru orice număr real $x$ deci $e = 2$ este elementul neutru al legii de compoziție „*“	3p 2p
5p	c) $x * x \leq x \Rightarrow x^2 - 2x + 2 \leq x \Rightarrow x^2 - 3x + 2 \leq 0$ , $(x - 1)(x - 2) \leq 0$ , deci $x \in [1, 2]$ .	2p 3p

## SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

5p	<b>1. a)</b> $f'(x) = (x^3 - 12x + 20)' = (x^3)' - 12 \cdot x' + 20' =$ $= 3x^2 - 12 = 3(x^2 - 4), x \in \mathbb{R}$	<b>2p</b> <b>3p</b>
5p	<b>b)</b> $f(2) = 4, f'(2) = 0$ Ecuația tangentei este $y - f(2) = f'(2)(x - 2)$ , adică $y = 4$ .	<b>2p</b> <b>3p</b>
5p	<b>c)</b> $f'(x) = 0 \Rightarrow x = -2$ sau $x = 2$ $f$ descrescătoare pe $[-2, 2]$ , $f$ crescătoare pe $[2, \infty)$ , $f(2) = 4$ , deci $f(x) \geq 4$ , pentru orice $x \in [-2, \infty)$ .	<b>2p</b> <b>3p</b>
5p	<b>2. a)</b> $\int_1^2 (x^2 - 5x + 2 + 5x - 2) dx = \int_1^2 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big _1^2 =$ $= \frac{2^3}{3} - \frac{1^3}{3} = \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$ .	<b>3p</b> <b>2p</b>
5p	<b>b)</b> $\int f(x) dx = \int (x^2 - 5x + 2) dx = \frac{x^3}{3} - 5 \frac{x^2}{2} + 2x + C$ . Cum $F$ primitivă a funcției $f$ , avem $F(x) = \frac{x^3}{3} - 5 \frac{x^2}{2} + 2x + C$ , unde $C \in \mathbb{R}$ . $F(0) = 3 \Rightarrow C = 3$ , deci $F(x) = \frac{x^3}{3} - 5 \frac{x^2}{2} + 2x + 3$ .	<b>3p</b> <b>2p</b>
5p	<b>c)</b> $\int_0^1 (x^2 - 5x + 2 - x^2 + 6x - 2) e^x dx = \int_0^1 x \cdot e^x dx = x \cdot e^x \Big _0^1 - \int_0^1 e^x dx =$ $= 1 \cdot e^1 - 0 \cdot e^0 - e^x \Big _0^1 = e - (e^1 - e^0) = e - e + 1 = 1$ .	<b>3p</b> <b>2p</b>

**Coordonator grup de lucru – M\_tehnologic:**

- Bălănescu Daniela, inspector școlar pentru matematică

**Grup de lucru – M\_tehnologic**

- Bacula Mariana, Liceul Tehnologic *Dimitrie Leonida* Constanța

- Costea Cristina, Liceul Tehnologic *Nicolae Dumitrescu* Cumpăna

- Grassu Mariana, Liceul Cobadin

- Ion Gabriela, Colegiul Economic *Carol I* Constanța

**Bibliografie:**

1) Teste de antrenament pentru Examenul de bacalaureat Național 2020 propuse de Ministerul Educației și Cercetării și Centrul Național de Evaluare și Examinare

2) Teste de antrenament pentru Examenul național de bacalaureat 2021 propuse de Ministerul Educației și Centrul Național de Politici și Evaluare în Educație