

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, Ianuarie 2022

Proba E.c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale, profilul tehnic, toate calificările profesionale

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1. Calculați media aritmetică a numerelor $a = 5(2 - \sqrt{3})$ și $b = 5\sqrt{3}$.
- 5p 2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$. Calculați $f(1) + f(2) + \dots + f(5)$.
- 5p 3. Determinați soluțiile reale ale ecuației $3^{x-5} = 27$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea $\{1,2,3,4,5\}$, acesta să verifice inegalitatea $n^2 \leq 2^n$.
- 5p 5. Determinați coordonatele mijlocului segmentului AB , știind că $A(5, 4)$ și $B(-3, 6)$.
- 5p 6. Calculați valoarea expresiei: $\cos^2 120^\circ + \sin^2 60^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -5 & -10 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = 0$.
- 5p b) Determinați numărul real x pentru care $B^2 = x \cdot B$.
- 5p c) Determinați numărul natural n pentru care $\det(nA + B) \leq 25$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy - 4x - 4y + 20$.
- 5p a) Arătați că $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x * x = x$.
- 5p c) Determinați elementul neutru al legii de compoziție „*”.

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 3x^2 + 4$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 3x(x + 2)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{x^3 - f(x)}$.
- 5p c) Demonstrați că $4 \leq f(x) \leq 8$, pentru orice $x \in [-2, 0]$.
2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x(x + 1) - 3$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^2 (f(x) - x + 3) dx = \frac{8}{3}$.
- 5p b) Calculați $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx$.
- 5p c) Determinați numărul real pozitiv m , știind că $\int_1^3 f(x) dx = m^2 + \frac{8}{3}$.

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, Ianuarie 2022

Proba E.c)

Matematică *M_tehnologic*

Barem de evaluare și de notare

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale, profilul tehnic, toate calificările profesionale

SUBIECTUL I

(30 puncte)

5p	1. $m_a = \frac{a+b}{2} = \frac{5(2-\sqrt{3})+5\sqrt{3}}{2} = \frac{10-5\sqrt{3}+5\sqrt{3}}{2} = \frac{10}{2} = 5$	3p 2p
5p	2. $f(1) + f(2) + \dots + f(5) = (2 \cdot 1 - 1) + (2 \cdot 2 - 1) + \dots + (2 \cdot 5 - 1) = 2 \cdot (1 + 2 + \dots + 5) - 5 = 2 \cdot 15 - 5 = 25$ sau rezolvare prin calcul direct	3p 2p
5p	3. $3^{x-5} = 3^3$, conform cu proprietatea de injectivitate a funcției exponențiale, $x - 5 = 3$, deci $x = 8$	3p 2p
5p	4. Mulțimea $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ are 5 elemente, deci sunt 5 cazuri posibile Elementele din mulțime care verifică inegalitatea sunt $\{1, 2, 4, 5\}$, deci sunt 4 cazuri favorabile $P = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{4}{5}$	3p 2p
5p	5. $M(x_M, y_M)$ mijlocul segmentului AB , coordonatele sale sunt $x_M = \frac{x_A+x_B}{2}$, $y_M = \frac{y_A+y_B}{2}$ Finalizare $x_M = 1, y_M = 5$	3p 2p
5p	6. $\cos 120^\circ = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ Finalizare $\cos^2 120^\circ + \sin^2 60^\circ = 1$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

5p	1.a) $\det A = \begin{vmatrix} -5 & -10 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = -5 \cdot 4 - 2 \cdot (-10) = -20 + 20 = 0$	3p 2p
5p	b) $B^2 = \begin{pmatrix} 50 & 50 \\ 50 & 50 \end{pmatrix}$ $B^2 = x \cdot B$, deci $5 \cdot x = 50$, $x = 10$	2p 3p
5p	c) $nA + B = \begin{pmatrix} -5n + 5 & -10n + 5 \\ 2n + 5 & 4n + 5 \end{pmatrix}$ $\det(nA + B) = 35n$, $35n \leq 25$, $n \leq \frac{25}{35}$, n este natural, deci $n = 0$	2p 3p
5p	2. a) $x * y = x(y - 4) - 4(y - 4) + 4 = (x - 4)(y - 4) + 4$, pentru orice numere reale x și y	3p 2p
5p	b) $(x - 4)(x - 4) + 4 = x$, $(x - 4)^2 - (x - 4) = 0$ $(x - 4)(x - 5) = 0$, deci $x = 4$ sau $x = 5$	3p 2p
5p	c) $e \in \mathbb{R}$ este element neutru pentru legea „*” dacă $x * e = e * x = x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ $(x - 4)(e - 5) = 0$, $(e - 5)(x - 4) = 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$, deci $e = 5 \in \mathbb{R}$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

5p	1. a) $f'(x) = (x^3)' + (3x^2)' + 4' = 3x^2 + 6x$ $f'(x) = 3x(x + 2)$, $x \in \mathbb{R}$	3p 2p
----	---	----------

5p	b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2+6x}{x^3-x^3-3x^2-4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2+6x}{-3x^2-4} =$ $= -1$	3p 2p
5p	c) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x_1 = -2$ și $x_2 = 0$ $f'(x) \leq 0$ pentru orice $x \in [-2, 0] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[-2, 0]$ Pentru orice $x \in [-2, 0]$ avem $f(-2) \geq f(x) \geq f(0)$, deci $4 \leq f(x) \leq 8$	3p 2p
5p	2. a) $\int_0^2 (x^2 + x - 3 - x + 3) dx = \int_0^2 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big _0^2 =$ $= \frac{2^3}{3} - \frac{0^3}{3} = \frac{8}{3}$	3p 2p
5p	b) $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = \int_1^2 \frac{x(x+1)-3}{x} dx = \int_1^2 \left(x + 1 - \frac{3}{x}\right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x - 3 \ln x \right) \Big _1^2 =$ $= \left(\frac{2^2}{2} + 2 - 3 \ln 2\right) - \left(\frac{1}{2} + 1 - 3 \ln 1\right) = \frac{3}{2} + 1 - 3 \ln 2 = \frac{5}{2} - 3 \ln 2$	3p 2p
5p	c) $\int_1^3 f(x) dx = \int_1^3 (x^2 + x - 3) dx = \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 3x\right) \Big _1^3 = \frac{20}{3}$ $m^2 + \frac{8}{3} = \frac{20}{3} \Rightarrow m^2 = 4$, și cum m este număr real pozitiv, obținem $m = 2$	3p 2p

Coordonator grup de lucru – M_tehnologic:

- Bălănescu Daniela, inspector școlar pentru matematică

Grup de lucru – M_tehnologic

- Bacula Mariana, Liceul Tehnologic *Dimitrie Leonida* Constanța

- Costea Cristina, Liceul Tehnologic *Nicolae Dumitrescu* Cumpăna

- Grassu Mariana, Liceul Cobadin

- Ion Gabriela, Colegiul Economic *Carol I* Constanța

Bibliografie:

1) Teste de antrenament pentru Examenul de bacalaureat Național 2020 propuse de Ministerul Educației și Cercetării și Centrul Național de Evaluare și Examinare

2) Teste de antrenament pentru Examenul național de bacalaureat 2021 propuse de Ministerul Educației și Centrul Național de Politici și Evaluare în Educație