

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, Ianuarie 2022

Proba E.c)

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

SUBIECTUL I**(30 puncte)**

- 5p 1. Calculați media aritmetică a numerelor $2021 + \sqrt{2022}$ și $2023 - \sqrt{2022}$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}$, $f(x) = x^2 - 5x$. Arătați că $f(x) + f(-x) - x^2$ este un pătrat perfect pentru orice număr $x \in \mathbf{Z}$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4x + \sqrt{8 - 2x} = x^2 + \sqrt{4x - 16}$.
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca alegând un număr n din mulțimea $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ fracția $a = \frac{8}{n+1}$ să fie număr natural.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $y = 2020x + 2022$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a dreptei d cu axa Ox .
- 5p 6. Arătați că $\cos^2 30^\circ + \sin^2 60^\circ - 2 \cdot \cos 30^\circ \cdot \sin 60^\circ = 0$.

SUBIECTUL al II-lea**(30 puncte)**Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x \cdot y - 4(x + y) + 20$.

- 5p 1) Arătați că $4 * 2021 = 4$.
- 5p 2) Să se demonstreze că legea “*” este comutativă.
- 5p 3) Să se verifice că $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4$, oricare ar fi $x, y \in R$.
- 5p 4) Determinați numerele reale x pentru care $x * (x - 4) = x$.
- 5p 5) Arătați că $x * y \geq 8$, oricare ar fi x, y , cu $x \geq 6, y \geq 6$.
- 5p 6) Calculați $1^2 * 2^2 * 3^2 * \dots * 2021^2$.

SUBIECTUL al III-lea**(30 puncte)**Se consideră matricele $A(m) = \begin{pmatrix} 2 & m \\ m & -2 \end{pmatrix}$; $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $m \in R$.

- 5p 1) Calculați determinantul matricei $A(1)$.
- 5p 2) Arătați că $A(m) - A(-m) = 2m \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p 3) Determinați numărul real m , știind că $A(m) \cdot A(1) = A(1) \cdot A(m)$.
- 5p 4) Arătați că $\det(A(m) + B) < 0$, pentru orice număr real m .
- 5p 5) Calculați $A(1) \cdot A(2) + 2B$.
- 5p 6) Determinați numărul real pozitiv x , pentru care $A(3) \cdot A(3) + A(4) \cdot A(4) = A(x) \cdot A(x)$.

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, Ianuarie 2022

Proba E.c)

Matematică *M_pedagogic*

Barem de evaluare și de notare

Varianta 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

SUBIECTUL I

(30 puncte)

5p	1) $m_a = \frac{2021 + \sqrt{2022} + 2023 - \sqrt{2022}}{2}$ $m_a = 2022$	2p 3p
5p	2) $f(x) + f(-x) - x^2 = x^2$ Concluzia	4p 1p
5p	3) Avem că $8 - 2x \geq 0$, $4x - 16 \geq 0$ $x=4$, verificare soluție	3p 2p
5p	4) $P = \frac{\text{Numar cazuri favorabile}}{\text{Numar cazuri posibile}}$ Valorile posibile 0,1,3,7, total 4 $P = \frac{2}{5}$	1p 3p 1p
5p	5) $d \cap Ox \Rightarrow y = 0$ $y = -\frac{1011}{1010}$	2p 3p
5p	6) Avem că $\cos 30^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ Calcul și finalizare	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

5p	1) $4 * 2021 = 4 \cdot 2021 - 4 \cdot (4 + 2021) + 20 = 8084 - 4 \cdot 2025 + 20$ Finalizare $4 * 2021 = 4$	3p 2p
5p	2) $x * y = x \cdot y - 4 \cdot (x + y) + 20$ $y * x = y \cdot x - 4 \cdot (y + x) + 20$ $x * y = y * x, \forall x, y \in R$	2p 2p 1p
5p	3) $x * y = x \cdot y - 4x - 4y + 16 + 4$ $x * y = x(y - 4) - 4(y - 4) + 4$ $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4, \forall x, y \in R$	2p 2p 1p
5p	4) $x * (x - 4) = x, x \in R \Rightarrow x(x - 4) - 4(2x - 4) + 20 = x$ $x^2 - 13x + 36 = 0$, Finalizare $x_1 = 4, x_2 = 9$	3p 2p
5p	5) $x \geq 6 \Rightarrow x - 4 \geq 2; y \geq 6 \Rightarrow y - 4 \geq 2$, (1) $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4 \geq 2 \cdot 2 + 4 = 8$ (1)	2p 3p
5p	6) $1^2 * 2^2 = (1^2 - 4)(2^2 - 4) + 4 = 4$ $2^2 * 3^2 = (2^2 - 4)(3^2 - 4) + 4 = 4$ ș.a.m.d..... $1^2 * 2^2 * 3^2 * \dots * 2021^2 = 4$.	2p 2p 1p

5p	<p>1) Pentru $m = 1$, $A(1) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$</p> $\det A(1) = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-2) - 1 \cdot 1 = -4 - 1 = -5$	2p 3p
5p	<p>2) $A(-m) = \begin{pmatrix} 2 & -m \\ -m & 2 \end{pmatrix}$</p> $A(m) - A(-m) = \begin{pmatrix} 0 & 2m \\ 2m & 0 \end{pmatrix} = 2m \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	2p 3p
5p	<p>3) $A(m) \cdot A(1) = \begin{pmatrix} 4+m & 2-2m \\ 2m-2 & m+4 \end{pmatrix}$</p> $A(1) \cdot A(m) = \begin{pmatrix} 4+m & 2m-2 \\ 2-2m & m+4 \end{pmatrix}$ <p>Din $A(m) \cdot A(1) = A(1) \cdot A(m) \Rightarrow m = 1$</p>	2p 2p 1p
5p	<p>4) $\det(A(m) + B) = \begin{vmatrix} 1 & m \\ m+2 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1) - m \cdot (m+2) = -1 - m^2 - 2m$</p> $-(m^2 + 2m + 1) < 0$	3p 2p
5p	<p>5) Înlocuire $A(1), A(2)$</p> <p>Calcul $A(1) \cdot A(2) + 2B$</p> <p>Finalizare $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$</p>	2p 2p 1p
5p	<p>6) Înlocuire $A(3), A(4)$</p> <p>Înmulțirea matricelor</p> $x^2 = 29, x = -\sqrt{29} \text{ sau } x = \sqrt{29}, x \in R_+ \Rightarrow x = \sqrt{29}$	2p 2p 1p

Coordonator grup de lucru – M_ pedagogic:

- Bălănescu Daniela, inspector școlar pentru matematică

Grup de lucru – M_ pedagogic

- Brînză Arabela-Adriana, Școala Gimnazială nr. 2 Cernavodă

- Cărnaru Alexandru, Colegiul Național Pedagogic *Constantin Brătescu* Constanța

- Jitaru Cristina, Liceul cu Program Sportiv *Nicolae Rotaru* Constanța

- Zamfirescu Lavinia-Mihaela, Liceul Teoretic *Traian* Constanța

Bibliografie:

1) Matematica pentru examenul de bacalaureat, Editura Clubul matematicienilor, Marian Andronache, Dinu Șerbănescu, Marius Perianu, Claudiu Ciupală, Florian Dumitrel

2) Bacalaureat 2020 Matematica, editura Paralela 45 educațional, Mihai Monea, Steluța Monea, Ioan Șerdrean, Adrian Zanoschi