Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, Februarie 2022
Proba E.c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale, profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timp de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p **1.** Arătați că $7{,}5 \cdot 2 - 17{,}5 : 3{,}5 = 10$.

5p **2.** Verificați că $2(x_1 + x_2) - x_1 x_2 = 2$, unde x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - 7x + 12 = 0$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{3x+4} = 5$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie pătrat perfect.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1)$, $B(5,4)$ și $C(-1,4)$. Arătați că triunghiul ABC este dreptunghic isoscel.

5p **6.** Arătați că $\cos 60^\circ + \cos 30^\circ \cdot tg 60^\circ = 2$.

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A = -1$.

5p **b)** Verificați că $B \cdot B - B \cdot A = B$.

5p **c)** Determinați valorile reale ale lui x pentru care $\det(B - x \cdot A \cdot A) = 0$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 2xy - \frac{x+y}{2} + 1$.

5p **a)** Arătați că $3 \circ 5 = 27$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $2 \circ x = 21$.

5p **c)** Determinați numerele naturale n pentru care $n \circ \big(0 \circ (2n)\big) \geq -\frac{7}{2}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-4, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3x+7}{x+4}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x) = \frac{5}{(x+4)^2}$, $x \in (-4, \infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Determinați abscisa punctului situat pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu dreapta de ecuație $y = 5x + 1$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 3x^2 - x$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^3 (f(x) - 3x^2 + x)dx = 20$.

5p **b)** Determinați primitive $F: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a funcției f pentru care $F(2) = 15$.

5p **c)** Calculați $\int_0^1 (f(x) - x^3 - 3x^2 + 2x)e^x dx$.

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, Februarie 2022
ProbaE.c)
Matematică_*M_tehnologic*
Barem de evaluare și de notare

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale, profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat de barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p	**1.** $7{,}5 \cdot 2 - 17{,}5 : 3{,}5 = 15 - 175 : 35 =$ $= 15 - 5 = 10$	**2p** **3p**
5p	**2.** $x_1 + x_2 = 7$, $x_1 x_2 = 12$ $2(x_1 + x_2) - x_1 x_2 = 2 \cdot 7 - 12 = 2$	**2p** **3p**
5p	**3.** $3x + 4 = 25$ $x = 7$, care convine	**3p** **2p**
5p	**4.** Sunt 90 de numere naturale de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile Pătratele perfecte de două cifre sunt 16, 25, 36, 49, 64, 81, deci sunt 6 cazuri favorabile $P = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$	**1p** **2p** **2p**
5p	**5.** $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2} = AC$, deci triunghiul este isoscel $BC = 6$, $AB^2 + AC^2 = BC^2$, deci triunghiul este dreptunghic	**3p** **2p**
5p	**6.** $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $tg\ 60^\circ = \sqrt{3}$ $\cos 60^\circ + \cos 30^\circ \cdot tg\ 60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

5p	**1. a)** $\det A = \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ -3 & -4 \end{vmatrix} = 4 \cdot (-4) - 5 \cdot (-3) =$ $= -16 + 15 = -1$	**3p** **2p**
5p	**b)** $B \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $B \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ $B \cdot B - B \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = B$	**3p** **2p**
5p	**c)** $B - x \cdot A \cdot A = \begin{pmatrix} 1-x & 1 \\ 1 & 1-x \end{pmatrix} \Rightarrow \det(B - x \cdot A \cdot A) = x^2 - 2x$, unde x este număr real $x^2 - 2x = 0$, de unde obținem $x = 0$ sau $x = 2$	**3p** **2p**
5p	**2. a)** $3 \circ 5 = 2 \cdot 3 \cdot 5 - \frac{3+5}{2} + 1 =$ $= 30 - 4 + 1 = 27$	**3p** **2p**
5p	**b)** $2 \circ x = 2 \cdot 2 \cdot x - \frac{2+x}{2} + 1 = 4x - \frac{x}{2} = \frac{7x}{2}$, pentru orice număr natural n $\frac{7x}{2} = 21$, de unde obținem $x = 6$	**3p** **2p**

5p	**c)** $0 \circ (2n) = -n + 1 \Rightarrow n \circ (0 \circ (2n)) = n \circ (-n+1) = -2n^2 + 2n + \frac{1}{2}$, pentru orice număr natural n $-2n^2 + 2n + \frac{1}{2} \geq -\frac{7}{2} \Leftrightarrow n^2 - n - 2 \leq 0 \Leftrightarrow (n+1)(n-2) \leq 0$, deci $n \in [-1, 2]$. Cum n este număr natural, rămâne $n \in \{0,1,2\}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

5p	**1. a)** $f'(x) = \frac{3\cdot(x+4)-(3x+7)\cdot 1}{(x+4)^2} =$ $= \frac{3x+12-3x-7}{(x+4)^2} = \frac{5}{(x+4)^2}$, $x \in (-4, \infty)$.	**3p** **2p**
5p	**b)** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{3x+7}{x+4} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x\left(3+\frac{7}{x}\right)}{x\left(1+\frac{4}{x}\right)} =$ $= \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{3+\frac{7}{x}}{1+\frac{4}{x}} = 3$, deci dreapta de ecuație $y = 3$ este asimptota orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	**2p** **3p**
5p	**c)** Tangenta la graficul funcției f în punctul $(a, f(a))$ este paralelă cu dreapta de ecuație $y = 5x + 1 \Leftrightarrow f'(a) = 5$, $a \in (-4, \infty)$ $\frac{5}{(a+4)^2} = 5$ și, cum $a \in (-4, \infty)$, obținem $a = -3$	**2p** **3p**
5p	**2. a)** $\int_1^3 (f(x) - 3x^2 + x)dx = \int_1^3 x^3\, dx = \frac{x^4}{4}\Big\vert_1^3 =$ $= \frac{3^4}{4} - \frac{1^4}{4} = \frac{81}{4} - \frac{1}{4} = 20$	**3p** **2p**
5p	**b)** $\int f(x)dx = \int (x^3 + 3x^2 - x)\, dx = \frac{x^4}{4} + x^3 - \frac{x^2}{2} + \mathcal{C}$. Cum F primitivă a funcţiei f, avem $F(x) = \frac{x^4}{4} + x^3 - \frac{x^2}{2} + c$, unde $c \in \mathbb{R}$. $F(2) = 15 \Rightarrow c = 5$, deci $F(x) = \frac{x^4}{4} + x^3 - \frac{x^2}{2} + 5$	**3p** **2p**
5p	**c)** $\int_0^1 (x^3 + 3x^2 - x - x^3 - 3x^2 + 2x)e^x dx = \int_0^1 x \cdot e^x dx = x \cdot e^x\vert_0^1 - \int_0^1 e^x dx =$ $= 1 \cdot e^1 - 0 \cdot e^0 - e^x\vert_0^1 = e - (e^1 - e^0) = e - e + 1 = 1$	**3p** **2p**