

Olimpiada de matematică  
Faza pe școală  
4 februarie 2022



Încercuiți răspunsul corect:

1) Partea întreagă a numărului  $2 + \sqrt{5}$  este:

- a) 2                      b) 3                      c) 4                      d) 5                      e) 6

2) Multțimea soluțiilor reale ale inecuației  $|x - 1| < 3$  este:

- a)  $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$                       b)  $(-2, 4)$                       c)  $[-3, 3]$                       d)  $(-\infty, -3) \cup (4, \infty)$                       e)  $\emptyset$

3) Dacă  $(-1, 2] \cap [a, 4] = \emptyset$ , atunci numărul natural  $a$ , unde  $a < 4$ , este:

- a) 0                      b) 1                      c) 2                      d) 3                      e) 4

4) Valoarea expresiei  $\sqrt{1 + 2016 \cdot \sqrt{1 + 2017 \cdot 2019}}$  este:

- a) 2018                      b) 2017                      c) 2016                      d) 2019                      e) 2000

5) Dacă  $x, y \in R$ ,  $x < 0, y < 0$  calculând

$$|-x + xy| - |2y - xy| - |3x + 2y|, \text{ obținem :}$$

- a)  $4x + 4y - 2xy$                       b)  $2x + 4y$                       c)  $-4x - 2y$                       d)  $-2x - 2xy$                       e)  $x + y$

6) Câte perechi de numere naturale  $(x, y)$  verifică ecuația  $x^2 + 17^2 = y^2$ ?

- a) 1                      b) 3                      c) 2                      d) nu are soluții                      e) o infinitate

7) Fie  $a, b, c$  numere reale pozitive cu proprietatea că  $a \cdot b \cdot c = 1$ . Valoarea expresiei

$$E(a, b, c) = \frac{a + 2022}{a + a \cdot b + 1} + \frac{b + 2022}{b + b \cdot c + 1} + \frac{c + 2022}{c + a \cdot c + 1} \text{ este :}$$

- a) 1                      b)  $\frac{1}{2022}$                       c) 2022                      d) 2023                      e)  $\frac{1}{2023}$

8) Valoarea maximă a expresiei:  $-a^2 - 6 \cdot a + 13$ , unde  $a \in R$  este:

- a) 4                      b) -13                      c) 22                      d) 30                      e) 49

9) Numărul valorilor lui  $n \in N$  pentru care  $\sqrt{n^2 + 9 \cdot n + 14} \in N$  este:

- a) 0                      b) 1                      c) 2                      d) 3                      e) 4

10) Dacă  $a + b + c = 1$  și  $a^2 + b^2 + c^2 \leq a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a$ , atunci  $a \cdot b \cdot c$  este egal cu:

- a) -1                      b) 0                      c)  $\frac{1}{27}$                       d)  $\frac{1}{8}$                       e) 1

11) Numărul  $4^{2021} + 2^{2022} + 1$  este pătratul numărului natural:

- a)  $2^{2022} - 1$                       b)  $2^{2021} - 1$                       c)  $2^{2022}$                       d)  $2^{2021} + 1$                       e)  $2^{2022} + 1$

12) Dacă  $\frac{a \cdot (b-c)}{b \cdot (c-a)} = \frac{b \cdot (c-a)}{c \cdot (b-a)} = r$ ,  $r > 0$  și  $a, b, c$  numere reale nenule cu  $a \neq b, a \neq c$  atunci  $a$  este egal cu:

- a)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$                       b)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       c) 1                      d) 2                      e)  $\sqrt{5}$

13) Suma distanțelor de la un punct interior unui paralelipiped dreptunghic de laturi  $a, b, c$  la cele 6 fețe ale sale este:

- a)  $\frac{a+b+c}{3}$                       b)  $\frac{a+b+c}{2}$                       c)  $a + b + c$                       d)  $2 \cdot (a + b + c)$                       e)  $3 \cdot (a + b + c)$

14) Care este numărul maxim de plane determinate de 5 puncte:

- a) 10                      b) 20                      c) 15                      d) 5                      e) 1

15) Într-un plan  $\alpha$  se consideră un dreptunghi  $ABCD$  cu  $AB = 6$  și  $BC = 3$ . Pe perpendiculara în  $A$  dusă pe planul  $\alpha$  se ia punctul  $M$  astfel încât  $AM = AB$ . Fie  $N \in (MC)$  astfel încât  $m(\angle BND) = 90^\circ$ . Lungimea segmentului  $MN$  este egală cu:

- a) 4                      b) 9                      c)  $6\sqrt{2}$                       d)  $3\sqrt{5}$                       e)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

16) Fie  $A, B, C, D$  patru puncte necoplanare. Câte plane  $\alpha$  există astfel încât  $A, B, C, D$  să fie egal depărtate de planul  $\alpha$ ?

- a) niciunul                      b) 1                      c) 3                      d) 4                      e) o infinitate

17) Un tetraedru regulat are înălțimea egală cu 12 cm. Segmentul care unește mijloacele a două laturi opuse are lungimea egală cu:

- a)  $6\sqrt{2}$                       b)  $6\sqrt{3}$                       c) 66                      d) 12                      e)  $3\sqrt{6}$

18) Într-un tetraedru regulat măsura unghiului format de două laturi opuse este egală cu:

- a)  $90^\circ$                       b)  $45^\circ$                       c)  $30^\circ$                       d)  $60^\circ$                       e)  $0^\circ$

Problemele 19), 20), 21), 22), 23) se referă la enunțul următor:

Fie cubul  $ABCD A' B' C' D'$ , cu  $AB = 2a$ ,  $M$  mijlocul muchiei  $[CC']$  și  $(AMD') \cap BC = \{N\}$ .

19) Care dintre următoarele afirmații este adevărată:

- a)  $\frac{BN}{NC} = 1$                       b)  $\frac{BN}{NC} = \frac{1}{3}$                       c)  $\frac{BN}{NC} = \frac{2}{3}$                       d)  $\frac{BN}{NC} = 2$                       e)  $\frac{BN}{NC} = \frac{1}{2}$

20) Măsura unghiului dintre dreptele  $MN$  și  $D'C$  este egală cu:

- a)  $60^\circ$                       b)  $30^\circ$                       c)  $45^\circ$                       d)  $90^\circ$                       e)  $15^\circ$

21) Aria patrulaterului  $AD'MN$  este:

- a)  $2 \cdot a^2$                       b)  $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$                       c)  $\frac{9 \cdot a^2}{2}$                       d)  $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$                       e)  $\frac{3 \cdot a^2}{4}$

22)  $\sin(\angle(DM, AN))$  este egal cu:

- a)  $\frac{1}{4}$                       b)  $\frac{3}{5}$                       c)  $\frac{1}{6}$                       d)  $\frac{4}{5}$                       e)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

23) Distanța de la  $D$  la  $AN$  este:

- a)  $\frac{6 \cdot a\sqrt{5}}{5}$                       b)  $\frac{3a}{4}$                       c)  $\frac{a\sqrt{3}}{5}$                       d)  $\frac{3a\sqrt{2}}{7}$                       e)  $\frac{a\sqrt{4}}{3}$

- 24) Există o țară  $K$  a cubarzilor. Un cubard are corpul de forma unui cub, o antenă ce pornește dintr-un vârf al cubului, o coadă ce este diagonală a unei fețe a cubului și o gură care este exact la mijlocul unei muchii a cubului. Un cubard se poate rostogoli după voie, se poate umfla sau strânge după plac, își poate roti antena cum vrea. Nu există doi cubarzi pe care i-am putea suprapune încât să le coincidă cozile, gurile și antenele. Care este numărul maxim, al cubarzilor?
- a) 25                      b) 30                      c) 40                      d) 45                      e) 60

SUCCES!!!

