

Subiecte + BAREM

C.N.Vlaicu-Vodă

CLASA a VIII-a

Olimpiada pe școală Matematică 2022

Clasa a VIII-a

SUBIECTELE :

1. Numărul numerelor întregi din intervalul $(-4, 5)$ este a) 7 b) 9 c) 10 d) 11 e) 8
2. Fie $n = 4 \cdot (0,25 \cdot 4 + 0,75 \cdot 2)$. Cel mai mic număr natural format din două cifre diferite care se divide cu n este a) 20 b) 25 c) 30 d) 32 e) 40
3. $E(x) = (x-2) \cdot (x+1) + x \cdot (x-3) - (x-1)^2$. Atunci $E(x)$ este egală cu a) $x-3$ b) $x+1$ c) $(x-3) \cdot (x+1)$ d) $(x-3)^2$ e) $x+4$
4. Dacă $\frac{3n+3}{(n-2)(n+1)} \in \mathbb{N}$, atunci numărul natural n poate lua valorile a) 4 și 6 b) 4 și 5 c) 5 și 6 d) 4 și 7 e) -1 și 4
5. Soluția ecuației $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}} = 20$ este a) 400 b) 440 c) 480 d) 475 e) 490
6. Dacă $a^5 + \frac{1}{a^4} = 2$, atunci suma valorilor numerelor a care verifică egalitatea este a) 0 b) 1 c) 2 d) 4 e) 6
7. Dacă $x \cdot (x-5) + y \cdot (y-7) + z \cdot (z+4) = -\frac{35}{2}$, atunci $x + y + z$ este a) 3,5 b) 2,5 c) 1 d) 4 e) 6
8. Fie $A = [-3, 5]$, $B = [-2, 6]$. Atunci $\text{card}(A \cap B \cap \mathbb{N})$ este a) 6 b) 7 c) 5 d) 4 e) 8
9. Expresia $2(x-1)^2 + (3x+2)^2 - 10(x-3)(x+3) - 96$ este egală cu a) $x^2 + 8x$ b) $x^2 - 8x$ c) $x^2 d) 8x$ e) $x+8$
10. Partea întreagă a numărului $-3\sqrt{5}$ este a) -8 b) -7 c) -6 d) -5 e) -3
11. Dreptunghiul ABCD are $AB = 15$, $AD = 12$. Pe latura CD se consideră punctul M pentru care $A_{DNBA} = 2 \cdot A_{BCM}$. MD este egal cu a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8
12. Cubul ABCDEFGH are muchia de 6 cm. Distanța de la H la AC este de a) 8 b) $2\sqrt{6}$ c) $3\sqrt{6}$ d) $5\sqrt{6}$ e) $\sqrt{10}$

13. În cubul ABCDEFGH aflați sinusul unghiului format de planele (ABC) și (AHC) este

- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ e) $\frac{2}{3}$

14. Se consideră în spațiu punctele A, B, C, D astfel ca $AC=BD=2$, $AB=BC=CD=DA=\sqrt{2}$. Atunci

- a) ABCD tetraedru regulat b) A, B, C, D coplanare c) triunghiul ABD este echilateral d) $AC \parallel BD$
e) AC și BD necoplanare

15. Pe planul triunghiului ABC, cu $AB = a$, $AC = a\sqrt{2}$, $\angle A = 90^\circ$ se ridică perpendiculara $CD = a\sqrt{3}$

Distanța de la A la BD este a) $a\sqrt{6}$ b) $a\sqrt{30}$ c) $\frac{a\sqrt{30}}{6}$ d) $a\sqrt{10}$ e) $a\sqrt{7}$

Notă Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează cu 0,6 p

Oficiu 1p

Timp de lucru 150 minute

BAREM

1. e)
2. a)
3. c)
4. a)
5. b)
6. a)
7. d)
8. a)
9. a)
10. b)
11. b)
12. c)
13. d)
14. b)
15. c)

$$1 \quad -3, -4, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \quad \text{8 wz. } \textcircled{e}$$

$$2 \quad n = 4 \cdot (1 + 1,5) = 10$$

$$20 \quad \textcircled{a}$$

$$3 \quad \cancel{x^2} - \cancel{x} - 2 + x^2 - 3x - \cancel{x^2} + 2x - 1 = x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1) \quad \textcircled{c}$$

$$4. \quad \frac{3(n+1)}{(n-3)(n+1)} = \frac{3}{n-3} \in \mathbb{N} \Rightarrow n-3 \mid 3$$

$$n \in \{4, 6\} \quad \textcircled{a}$$

$$5 \quad \sqrt{n+1} - 1 = 20 \Rightarrow \sqrt{n+1} = 21 \Rightarrow n = 440 \quad \textcircled{b}$$

$$6. \quad a^8 - 2a^4 + 1 = 0 \Rightarrow a^4 = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \quad \textcircled{a}$$

$$7 \quad x^2 - 5x + \frac{25}{4} + y^2 - 7y + \frac{49}{4} + z^2 + 4z + 4 = 0$$

$$x = \frac{5}{2}, \quad y = \frac{7}{2}, \quad z = -2$$

$$x + y + z = 4 \quad \textcircled{d}$$

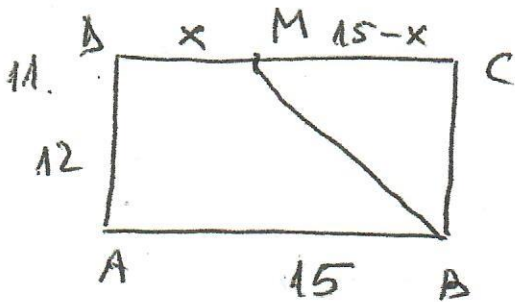
$$8 \quad A \cap B = [-3, 5] \quad A \cap B \cap \mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \quad \textcircled{a}$$

$$9 \quad 2x^2 - 4x + 2 + 9x^2 + 12x + 4 - 10x^2 + 90 - 96 = x^2 + 8x$$

$$\textcircled{a}$$

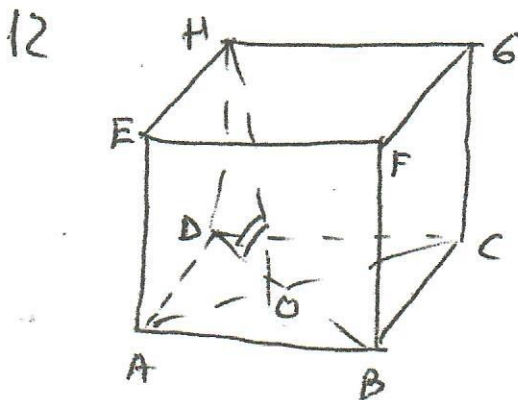
10. $[-3\sqrt{5}] = -7$

$-7 \leq -3\sqrt{5} < -6 \Rightarrow 49 \geq 45 > 36$ (b)



$$\frac{(15+x) \cdot 12}{2} = 2 \cdot \frac{(15-x) \cdot 12}{2}$$

$x = 5$ (b)

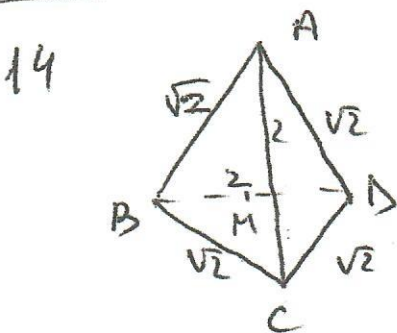


$d(H, AC) = HO$

$\Delta HDO : HO = 3\sqrt{6}$

(c)

13. $\widehat{(ABC)}, \widehat{(AHC)} = \widehat{HOA} \quad \sin \widehat{HOA} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ (d)



M = mijlocul BD

$AM = 1 \quad CM = 1 \Rightarrow AM + CM = AC$

A, M, C coliniare (b)



$\Delta ABD :$

$d(A, BD) = \frac{a\sqrt{30}}{6}$