Olimpiada Națională GAZETA MATEMATICĂ 1902-2021

COLEGIUL NAȚIONAL "VLAICU-VODĂ"
Curtea de Argeș
OLIMPIADA ONGM – MATEMATICĂ, Etapa pe școală
CLASA a IX-a

Olimpiada Națională Gazeta Matematică

PROBLEMA NR.1

Suma rădăcinilor ecuației $\left[\frac{25x-2}{4}\right]=\frac{13x+4}{3}$ este:

A. 3 **B.** $\frac{29}{13}$ **C.** $\frac{31}{13}$ **D.** 4

PROBLEMA NR.2

Numărul natural nenul n pentru care $1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\ldots+\frac{1}{1+2+\ldots+n}=\frac{21}{11}$ este:

A. 20 **B.** 21 **C.** 22 **D.** 11

PROBLEMA NR.3

Câte elemente are mulțimea de adevăr a predicatului $p(x)$:„$\left||2x+3|-3\right|<4, x\in\mathbb{Z}$" ?

A. 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6

PROBLEMA NR.4

Fie numerele reale a,b,c cu $a^2+b^2+c^2=21$. Să se determine valoarea maximă a expresiei $a-2b+3c$

a) $2\sqrt{21}$ b) $3\sqrt{21}$ c) $6\sqrt{21}$ d) $6\sqrt{7}$ e) $7\sqrt{6}$

PROBLEMA NR.5

Fie $S_n=\sum_{k=1}^{n} k\cdot 2^k$, $n\in\mathbb{N}^*$. Atunci:

A. $S_{2020}=2019\cdot 2^{2021}+1$ B. $S_{2021}=2020\cdot 2^{2022}+2$ C. $S_{2020}=2020\cdot 2^{2021}+2$
D. $S_{2021}=2021\cdot 2^{2022}+2$ E. alt răspuns

PROBLEMA NR.6

Fie $(b_n)_{n\geq 1}$ o progresie geometrică. Notăm $S_n=\sum_{k=1}^{n} b_k$, $n\in N^*$. Atunci este posibil să avem:

A. $S_n=3n^2+5n$, $\forall n\in N^*$ B. $S_n=8n+3$, $\forall n\in N^*$ C. $S_n=5(3^n-1)$, $\forall n\in N^*$
D. $S_n=7^n$, $\forall n\in N^*$ E. alt răspuns

PROBLEMA NR.7

Fie expresia $E(x)=\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{1-x}}+\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{1-x}}$, definită pentru $x\in(0,1)\setminus\{1/2\}$.

Valoarea $E(2-\sqrt{3})$ este egală cu:

A. $\frac{\sqrt{3}(5\sqrt{2}+3\sqrt{6})}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{2}(3+\sqrt{3})}{3}$ C. $\frac{3\sqrt{3}-11}{6}$ D. $2(5-3\sqrt{3})$ E. alt răspuns

PROBLEMA NR.8

Fie şirul $(a_n)_{n\geq 1}$ în progresie aritmetică, cu proprietatea $a_{31}+a_{49}+a_{51}+a_{71}=1000$. Atunci suma $a_1+a_2+...+a_{100}$ este egală cu:

a) 25000 **b)** 50000 **c)** 5000 **d)** 10000

PROBLEMA NR.9

Partea întreagă a numărului $S=\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+...+\frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{101}}$ este:

a) 6 **b)** 7 **c)** 9 **d)** 10

PROBLEMA NR.10

Fie numerele reale strict pozitive x, y şi z astfel încât

$x\sqrt{yz}+y\sqrt{zx}+z\sqrt{xy}\geq x+y+z$. Determinaţi minimul expresiei $E=x+y+z$.

a) 2 b) 1 c) 3 d) 6

PROBLEMA NR.11

Câte soluţii reale are ecuaţia: $|x^2+x-2|=x-1$?

a) 4 b) 2 c) 3 d) 1

PROBLEMA NR.12

Dacă $a=\sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}-\sqrt{2\sqrt{6}+5}+2$ şi $b=\frac{1}{2\sqrt{2}-3}+5+\sqrt{32}$, atunci a+b este egal cu :

A : 2 **B**: 3 **C** : 4 **D** : 5 **E**: 1

PROBLEMA NR.13

Dacă $a,b,c\in\mathbb{R}^*$, cu $a+b+c=4$ şi

$$N=\frac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2}+\frac{b^3-c^3}{b^2+bc+c^2}+\frac{c^3-a^3}{c^2+ca+a^2},$$

atunci

A. N=0 **B. N=1** **C. N=4** **D. N=3** **E. N=5**

PROBLEMA NR.14

Antepenultima cifră a numărului $a=9+9^2+9^3+\ldots+9^{400}$ este:

A) 9 B) 0 C) 1 D) 8

PROBLEMA NR.15

Partea întreagă a numărului $a=\frac{n^2+3n+3}{n+1}$, $n\in\mathbb{N}^*$ este:

A) $n-1$ B) n C) $n+1$ D) $n+2$

GRILA DE RĂSPUNSURI

Răspuns pb.1 - C
Răspuns pb.2 – B
Răspuns pb.3 – D
Răspuns pb.4 – E
Răspuns pb.5 – B
Răspuns pb.6 – C
Răspuns pb.7 – B
Răspuns pb.8 – A
Răspuns pb.9 – C
Răspuns pb.10 – C
Răspuns pb.11 –D
Răspuns pb.12– C
Răspuns pb.13– A
Răspuns pb.14 – B
Răspuns pb.15 – D