Clasa a X-a

Timp de lucru: 120 de minute
Fiecare problema se puncteaza cu 6p. Se acorda 10p din oficiu.
Alegeți varianta corectă de răspuns. O singură variantă este corectă.

1. Partea întreagă a numărului $a = \sqrt[3]{100}$ este egală cu:
A.1 B.2 C.3 D.4 E.5
2. Determinați numărul real a știind că $\sqrt[4]{162} + \sqrt[4]{32} = a\sqrt[4]{2}$
A.1 B.2 C.3 D.4 E.5
3. Suma elementelor mulțimii $M = \{x \in \mathbb{R} | \sqrt{x-2} + \sqrt{3-x} = 1\}$ este egală cu:
A.1 B.2 C.3 D.4 E.5
4. Partea întreagă a numărului $a = \log_9 27 + \log_{64} 8$ este egală cu:
A.1 B.2 C.3 D.4 E.5
5. Dacă $a = \log_5 2$, atunci numărul $x = \log_{10} 8$ este egal cu:
A.$\frac{a+3}{a+1}$ B.$\frac{3a}{a+1}$ C.$\frac{a+2}{a+1}$ D.$\frac{3a}{a-1}$ E.$\frac{a+3}{a-4}$
6. Cardinalul mulțimii $M = \{x \in \mathbb{R} | 4^x + 8 = 3 \cdot 2^{x+1}\}$ este egal cu:
A.1 B.2 C.3 D.4 E.5
7. Domeniul maxim de definiție al funcției $f(x) = \sqrt{\frac{\log_3(x^2+2x+3)}{3x-9}}$ este
A.$(3;\infty)$ B.$[3;\infty)$ C.$(1;3)$ D.$(-\infty;3]$ E. $\mathbb{R} - \{1\}$
8. Dacă $m = \sqrt{5}$, $n = \sqrt[3]{7}$, $p = \sqrt[4]{9}$, atunci:
A.$m < n < p$ B.$n < p < m$ C.$p < m < n$ D.$p < n < m$ E.$m < p < n$
9. Fie $f: \mathbb{R} \to \left[-\frac{1}{4}; +\infty\right)$, $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Atunci:
A. f este bijectivă
B. f este injectivă și nu este surjectivă
C. f este surjectivă și nu este injectivă
D. f este strict crescătoare
E. f este strict descrescătoare
10. Numărul natural n pentru care $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \ldots \cdot \log_n(n+1) = 10$ este egal cu:
A.1020 B.1021 C.1022 D.1023 E.1024
11. Soluțiile reale ale ecuației $(3+2\sqrt{2})^x + (3-2\sqrt{2})^x = 34$ sunt
A.-1 și 1 B.0 și 1 C.-2 și 2 D.0 și 2 E.-1 și 2
12. Suma elementelor mulțimii $M = \{n \in \mathbb{N}^* | \left(\frac{16}{9}\right)^2 < \left(\frac{4}{3}\right)^{4n} < \left(\frac{64}{27}\right)^7\}$ este egală cu:
A.9 B.10 C.11 D.14 E.21
13. Fie $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, inversa funcției $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2 + \sqrt[3]{x}$.
Atunci suma $g(2) + g(4)$ este egală cu:
A.0 B.8 C.10 D.16 E.64
14. Rezultatul calculului $\sqrt{6+4\sqrt{2}} + \sqrt{6-4\sqrt{2}}$ este egal cu
A.1 B.2 C.3 D.4 E.5
15. Numărul numerelor raționale din mulțimea $\{\sqrt[3]{1}, \sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{3}, \ldots, \sqrt[3]{100}\}$ este egal cu
A.1 B.2 C.3 D.4 E.5

Răspunsuri

1. D
2. E
3. E
4. B
5. B
6. B
7. A
8. D
9. C
10. D
11. C
12. D
13. B
14. D
15. D

Clasa a X-a.

1.) $\sqrt[3]{64} < \sqrt[3]{100} < \sqrt[3]{125} \Rightarrow [\sqrt[3]{100}] = 4$ R. D.

2.) $3\sqrt[4]{2} + 2\sqrt[4]{2} = a\sqrt[4]{2} \Rightarrow a = 5$ R. E.

3.) $\sqrt{x-2} + \sqrt{3-x} = 1$ $D = [2, 3]$

$(\sqrt{x-2})^2 = (1 - \sqrt{3-x})^2 \Rightarrow x \in \{2, 3\}$ R. E.

$S = 2 + 3 = 5$

4.) $[a] = \left[\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right] = 2$. R. B.

5.) $x = \frac{\log_5 8}{\log_5 10} = \frac{3a}{a+1}$ R. B.

6.) $4^x + 8 = 6 \cdot 2^x$ $2^x = t$

$t^2 - 6t + 8 = 0 \Rightarrow t \in \{2, 4\}$

$\Rightarrow x \in \{1, 2\}$ R: B.

7.) $\sqrt{\frac{\log_3((x+1)^2+2)}{3(x-3)}}$ $x - 3 \neq 0$

$x \neq 3$.

$(x+1)^2 + 2 > 1$ $\log_3((x+1)^2+2) > 0$

$\Rightarrow x - 3 > 0$ $D = (3; +\infty)$ R: A

8) $m^{12} = 5^6 = 15625$

$n^{12} = 7^4 = 2401$

$p^{12} = 9^3 = 729$ R D

$p < n < m$

9) $-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{9-4\cdot1\cdot2}{4\cdot1} = -\frac{1}{4}$. R. C.

10) $\log_2(n+1) = 10$

$n+1 = 1024 \Rightarrow n = 1023$ R: D

11.) $(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2}) = 1$.

$a + \frac{1}{a} = 34 \Rightarrow a = (3 \pm 2\sqrt{2})^2$

$x_{1,2} = \pm 2$. R: C

12) $\left(\frac{4}{3}\right)^4 < \left(\frac{4}{3}\right)^{4n} < \left(\frac{4}{3}\right)^{21}$

$4 < 4n < 21$ $n \in \{2, 3, 4, 5\}$ R: D

$2+3+4+5=14$

13) $g(x) = (y-2)^3$ $g(2)+g(4)=8$. R: B.

14) $2+\sqrt{2}+2-\sqrt{2} = 4$ R: D.

15) $\sqrt[3]{1} = 1$, $\sqrt[3]{8} = 2$, $\sqrt[3]{27} = 3$, $\sqrt[3]{64} = 4$,

$\sqrt[3]{125} = 5$ R: D.