Olimpiada Națională Gazeta Matematică

C.N.V.V. CURTEA DE ARGEȘ

ONM-FAZA PE ȘCOALĂ-CLASA a-XI-a

10 februarie 2022

1) Dacă $\sigma=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\5&3&2&1&4&6\end{pmatrix}, \sigma\in S_6$, atunci numărul soluțiilor ecuației $x^4=\sigma$ este:

A.4 B.1 C.0 D.2 E.3

2) Pentru orice număr natural $n\in\mathbb{N}^*$, considerăm șirul $\left(a_n\right)_{n\geq1,}$ $a_n=\frac{1}{\sigma(1)}+\frac{2}{\sigma(2)}+...+\frac{n}{\sigma(n)}, \sigma\in S_n-\{e\}$ este o permutare arbitrară. Atunci șirul $\left(a_n\right)_{n\geq1,}$ este:

A. divergent către $+\infty$ B. divergent către $-\infty$ C. convergent către 2 D. convergent către 0

E. convergent către 1

3) Fie A=$\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}\in M_2(\mathbb{R})$. Atunci A^{2022} este:

A. $\begin{pmatrix}1&2020\\0&1\end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix}1&2022\\0&1\end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix}1&2022\\0&0\end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix}1&2021\\0&1\end{pmatrix}$ E. $\begin{pmatrix}1&2022\\1&0\end{pmatrix}$

4) Se consideră A=$\begin{pmatrix}2&1\\2&-2\end{pmatrix}$. Dacă $A^{4045}=6^nA$, atunci n este egal cu:

A. 2021 B. 2020 C. 2022 D.4045 E.1999

5) Dacă D(a,b,c)= $\begin{vmatrix}1&1&1\\a&b&c\\a^2&b^2&c^2\end{vmatrix}, a,b,c\in\mathbb{R}$ și D(a,b,c)+ D(b,c,a)=10, atunci D(c,a,b) este egal cu:

A. 15 B. 10 C. 0 D. 5 E. 20

6) Mulțimea punctelor de acumulare ale mulțimii A=$\left\{\cos\frac{n\pi}{3} / n\in\mathbb{N}^*\right\}$ este:

A. $\left\{\frac{-1}{2},\frac{1}{2},-1,1\right\}$ B. $\{-1,1\}$ C. $\{-1,0,1\}$ D. $\left\{\frac{-\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}-1,1\right\}$ E. $\varnothing$

7) Numerele reale a și b verifică relația $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+4n+3}+an+b)=1$. Atunci:

A. $a+b^2=0$ B. a+b=2 C. $a^2+b^2=4$ D. a*b=2 E. a=b=1

8) Valoarea limitei $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1^p+2^p+...+n^p}{n^p}-\frac{n}{p+1}\right), p\in\mathbb{N}^*$ este:

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{p}{2}$ C. $-p$ D. $\frac{1}{C_P^2}$ E. 0

9) Fie A=$\begin{pmatrix}2 & 3\\ 6 & 10\end{pmatrix}$ și $\alpha=\frac{1}{\det A}$. Atunci: $\lim\limits_{n\to\infty}(\alpha+\alpha^2+\alpha^3+...+\alpha^n)$ este egala cu:

A. $\frac{3}{2}$ B. $+\infty$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$ E. 2

10) $\lim\limits_{n\to\infty} n(3^{\frac{1}{n}}-4^{\frac{1}{n+1}})$ este:

A. $\ln 12$ B. $\ln\frac{1}{12}$ C.0 D. $\ln\frac{3}{4}$ E. $\ln\frac{4}{3}$

11) Șirul $(x_n)_{n\geq1}, x_{n+1}=\frac{x_n}{1+x_n}, \forall n\in\mathbb{N}^*, x_1=2$ are proprietatea:

A. este nemonoton B. este nemărginit C. $\lim\limits_{n\to\infty} x_n=1$ D. $x_{2022}=\frac{2}{4043}$

E. $x_n\in\left[\frac{1}{9},2\right], \forall n\in\mathbb{N}^*$

Problemele 12 și 13 se referă la următorul enunț: Se consideră șirul $(a_n)_{n\geq1}, a_1>1, a_{n+1}=a_n+\frac{n}{a_n}, n\geq1$

12) Care dintre următoarele afirmații este falsă:

A. $a_n<n, \forall n\geq3$ B. $a_n>2\sqrt{n}, \forall n\geq2$ C. $(a_n)_{n\geq1}$ este strict crescător

D. $(a_n)_{n\geq1}$ este divergent E. $a_2=\frac{a_1^2+1}{a_1}$

13) Care dintre următoarele afirmații este adevărată:

A. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}=1$ B. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}=\frac{1}{2}$ C. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}=0$ D. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}=2$ E. $\left(\frac{a_n}{n}\right)_{n\geq1}$ nu are limită

14) Fie $(a_n)_{n\geq1}$ o progresie aritmetică necomstamtă de numere reale și matricea

$$A_n=\begin{pmatrix}a_1 & a_2 & . & . & . & a_n\\ a_2 & a_3 & . & . & . & a_{n+1}\\ . & . & . & . & . & .\\ a_n & a_{n+1} & . & . & . & a_{2n-1}\end{pmatrix}, n\in\mathbb{N}, n\geq2$$ .Atunci:

A. A_2 și A_3 sunt inversabile B. A_2 nu este inversabilă și A_3 este inversabilă C. A_2 este inversabilă și A_3 nu este inversabilă D. A_2 și A_3 nu sunt inversabile E. A_n este inversabilă, $\forall n\in\mathbb{N}^*/\{1\}$

15) Numerele $a,b\in\mathbb{R}$ pentru care matricea $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & b & 1 \\ 1 & a & 8 & 3 \\ 3 & 2 & 10 & 2 \end{pmatrix}$ are rangul minim sunt:

A. $\begin{matrix} a=-4 \\ b=6 \end{matrix}$ B. $\begin{matrix} a=1 \\ b=-6 \end{matrix}$ C. $\begin{matrix} a=2 \\ b=3 \end{matrix}$ D. $\begin{matrix} a=-4 \\ b=2 \end{matrix}$ E. $\begin{matrix} a=6 \\ b=-4 \end{matrix}$

Nota: 1) Timp de lucru 120 minute

2) Pentru fiecare intrebare, un singur raspuns este correct.

GRILĂ DE CORECTARE CLASA a-XI-a

1	C
2	A
3	B
4	C
5	D
6	E
7	A
8	A
9	C
10	D
11	D
12	A
13	A
14	C
15	A