Prezenta lucrare conține ______ pagini

Numele:...
....
Inițiala prenumelui tatălui: ....
Prenumele:...
....
Școala de proveniență: ....
....
Centrul de examen: ....
Localitatea: ....
Județul: ....

Nume şi prenume asistent	Semnătura

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2021 – 2022

Matematică

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

[redacted]

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Restul împărțirii numărului 24 la 10 este egal cu: **a)** 1 **b)** 2 **c)** 4 **d)** 6
5p	**2.** Numărul care reprezintă 15% din 200 este egal cu: **a)** 15 **b)** 30 **c)** 150 **d)** 200
5p	**3.** Suma numerelor -5, -4, 4 și 6 este egală cu: **a)** 0 **b)** 1 **c)** 11 **d)** 19
5p	**4.** Dintre numerele $\frac{9}{2}$; $4,(5)$; $\frac{81}{20}$ și $4,55$, cel mai mare este: **a)** $4,55$ **b)** $\frac{81}{20}$ **c)** $4,(5)$ **d)** $\frac{9}{2}$

5p **5.** Patru elevi, Andreea, Mihaela, Radu și Vlad, calculează media geometrică a numerelor reale $a = 3 + 2\sqrt{2}$ și $b = 3 - 2\sqrt{2}$ și obțin rezultatele înregistrate în tabelul următor:

Andreea	1
Mihaela	$\sqrt{6}$
Radu	3
Vlad	$\sqrt{17}$

Conform informațiilor din tabel, dintre cei patru elevi, cel care a calculat corect media geometrică este:

a) Andreea
b) Mihaela
c) Radu
d) Vlad

5p **6.** Un spectacol a început la ora $21:45$ și s-a finalizat la ora $23:15$, în aceeași zi. Marian afirmă că: „Spectacolul are o durată de o oră și jumătate.”. Știind că spectacolul nu a avut pauză, afirmația lui Marian este:

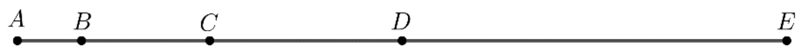
a) adevărată
b) falsă

SUBIECTUL al II-lea

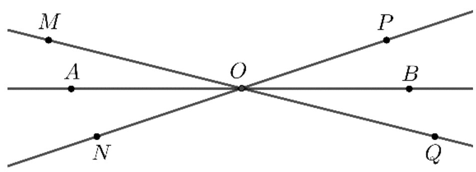
Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p **1.** În figura alăturată, punctele A, B, C, D și E sunt coliniare, în această ordine, astfel încât $AB = 1$ cm, $BC = 2$ cm, $CD = 3$ cm și $DE = 6$ cm. Mijlocul segmentului AE este punctul:

a) B
b) C
c) D
d) E



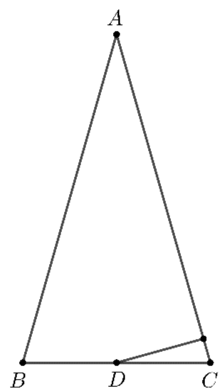
5p **2.** În figura alăturată, unghiurile MON și POQ sunt opuse la vârf, iar semidreptele OA și OB sunt bisectoarele lor. Măsura unghiului AOB este egală cu:



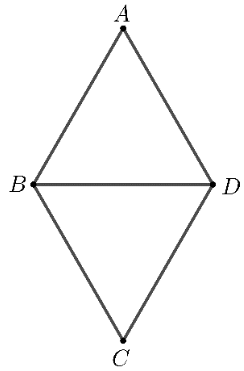
a) $60°$
b) $90°$
c) $120°$
d) $180°$

5p **3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC de bază BC. Unghiul A are măsura de $30°$ și $AB = 4$ cm. Punctul D este mijlocul segmentului BC. Distanța de la punctul D la dreapta AC este egală cu:

a) 0,5 cm
b) 1 cm
c) 1,5 cm
d) 2 cm

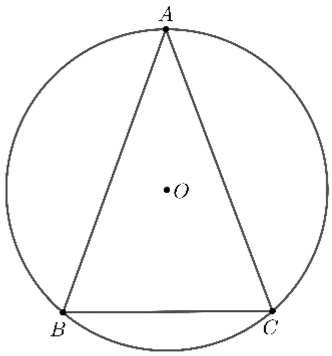


5p **4.** În figura alăturată este reprezentat rombul $ABCD$ cu măsura unghiului BAD de $60°$ și lungimea segmentului BD egală cu 4 cm. Perimetrul rombului $ABCD$ este egal cu:



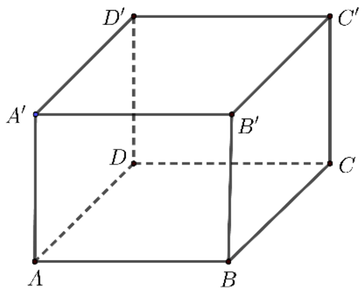
a) $4\sqrt{3}$ cm
b) 12 cm
c) $8\sqrt{3}$ cm
d) 16 cm

5p **5.** Punctele A, B și C sunt vârfurile unui triunghi isoscel de bază BC, înscris în cercul de centru O, iar măsura unghiului ABC este egală cu $70°$. Arcul mic BC are măsura egală cu:



a) $140°$
b) $80°$
c) $70°$
d) $40°$

5p **6.** Volumul paralelipipedului dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$, cu $AB = 5$ dm, $BC = 6$ dm și înălțimea $AA' = 4$ dm, este egal cu:



a) 30 dm^3
b) 88 dm^3
c) 120 dm^3
d) 148 dm^3

SUBIECTUL al III-lea

Scrie rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Radu are o pungă cu bomboane. Dacă împarte bomboanele din pungă în grupe de câte 7, 14, respectiv 21 de bomboane, îi rămân de fiecare dată câte 5 bomboane.

(2p) a) Este posibil ca Radu să aibă în pungă 61 de bomboane? Justifică răspunsul dat.

(3p) b) Determină numărul bomboanelor din pungă, știind că este cel mai mic număr natural de trei cifre care îndeplinește condițiile din enunț.

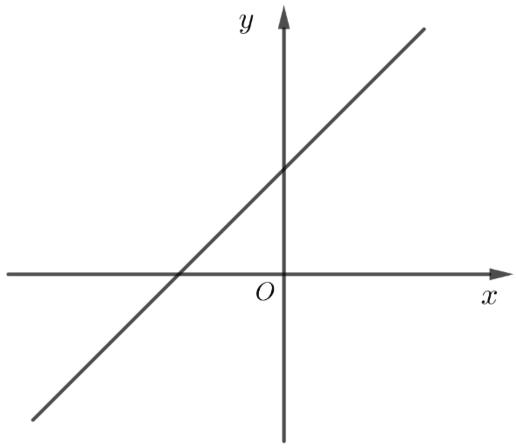
5p **2.** Se consideră expresia $E(x)=(x+1)^2-(-x-1)^2+x^2+2x+1$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(x)=(x+1)^2$, pentru orice număr real x.

(3p) b) Arată că $E(x)>x$, pentru orice număr real x.

5p **3.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2$.

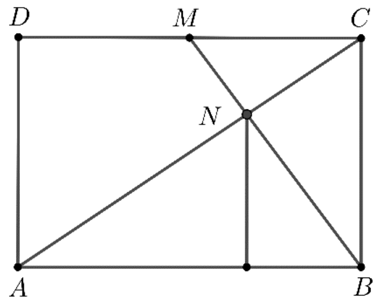
(2p) a) Arată că $f(-1)\cdot f(2019)=2021$.



(3p) b) Determină aria triunghiului delimitat de reprezentarea grafică a funcției f și de axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy.

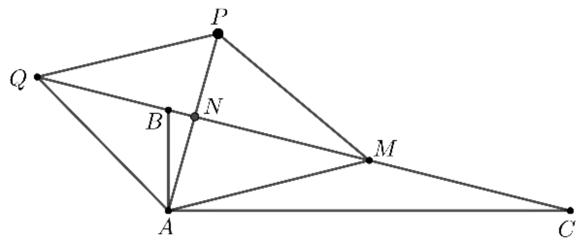
5p **4.** În figura alăturată este reprezentat un triunghi ABC cu $AB = 12$ cm, $BC = 9$ cm și $AC = 15$ cm. Punctul D este simetricul punctului B față de mijlocul segmentului AC, punctul M este mijlocul segmentului CD și N este punctul de intersecție a dreptelor BM și AC.

(2p) a) Demonstrează că $BN = 2 \cdot MN$.



(3p) b) Determină distanța de la punctul N la dreapta AB.

5p **5**. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu măsura unghiului ACB de $15°$ și $BC = 20$ cm. Punctul M este mijlocul segmentului BC și punctul N aparține dreptei BC astfel încât dreapta AN este perpendiculară pe dreapta BC.

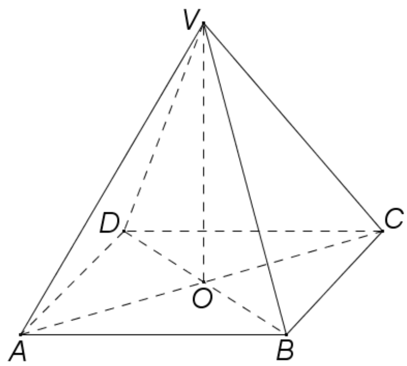


(2p) a) Arată că $MN = 5\sqrt{3}$ cm.

(3p) b) Știind că punctul P este simetricul punctului A față de dreapta BC și că punctul Q este simetricul punctului M față de punctul N, calculează aria patrulaterului $AMPQ$.

5p **6.** În figura alăturată este reprezentată o piramidă patrulateră $VABCD$, cu baza pătratul $ABCD$, cu $AB = 8$ cm. Înălțimea VO a piramidei are lungimea egală cu $4\sqrt{3}$ cm, unde O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD.

(2p) a) Arată că volumul piramidei $VABCD$ este egal cu $\frac{256\sqrt{3}}{3}$ cm^3.



(3p) b) Demonstrează că măsura unghiului planelor (VAD) și (VBC) este egală cu $60°$.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul şcolar 2021 - 2022
Matematică

Model

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	**c)**	**5p**
2.	**b)**	**5p**
3.	**b)**	**5p**
4.	**c)**	**5p**
5.	**a)**	**5p**
6.	**a)**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	**c)**	**5p**
2.	**d)**	**5p**
3.	**b)**	**5p**
4.	**d)**	**5p**
5.	**b)**	**5p**
6.	**c)**	**5p**

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.	**a)** $61=21\cdot 2+19$	**1p**
	Cum $19\neq 5$, deducem că nu este posibil ca Radu să aibă în pungă 61 de bomboane	**1p**
	b) $n=7\cdot c_1+5$, $n=14\cdot c_2+5$, $n=21\cdot c_3+5$, unde n este numărul bomboanelor din pungă și c_1, c_2 și c_3 sunt numere naturale	**1p**
	Cel mai mic multiplu comun al numerelor 7, 14 și 21 este 42, deci $n-5$ este multiplu de 42	**1p**
	$n=131$	**1p**
2.	**a)** $x^2+2x+1=(x+1)^2$	**1p**
	$E(x)=(x+1)^2-(x+1)^2+(x+1)^2=(x+1)^2$, pentru orice număr real x	**1p**
	b) $E(x)-x=(x+1)^2-x=x^2+x+1=$	**1p**
	$=\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}$	**1p**
	$\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2\geq 0$, deci $E(x)-x>0$, pentru orice număr real x	**1p**

3.	**a)** $f(-1)=1$	**1p**
	$f(2019)=2021 \Rightarrow f(-1)\cdot f(2019)=2021$	**1p**
	b) $A(-2,0)$ este punctul de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axa Ox	**1p**
	$B(0,2)$ este punctul de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axa Oy	**1p**
	$\mathcal{A}_{\Delta AOB}=\dfrac{OA\cdot OB}{2}=2$	**1p**
4.	**a)** $ABCD$ paralelogram $\Rightarrow AB \parallel CD$	**1p**
	$\Delta ABN \sim \Delta CMN$, $\dfrac{BN}{MN}=\dfrac{AB}{CM}$, deci $BN=2\cdot MN$	**1p**
	b) Cum $12^2+9^2=15^2$, obținem că triunghiul ABC este dreptunghic în B	**1p**
	$\dfrac{AN}{CN}=\dfrac{AB}{CM}=2 \Rightarrow \dfrac{AN}{AC}=\dfrac{2}{3}$	**1p**
	$NT \perp AB$, unde $T \in AB \Rightarrow NT \parallel BC$, deci $\Delta ATN \sim \Delta ABC$, de unde obținem $\dfrac{NT}{BC}=\dfrac{2}{3}$, deci distanța de la N la AB este $NT=6\text{cm}$	**1p**
5.	**a)** $AM=MC \Rightarrow \sphericalangle AMN=2\cdot\sphericalangle ACM=30^\circ$	**1p**
	$\cos(\sphericalangle AMN)=\dfrac{MN}{AM} \Rightarrow MN=\dfrac{BC}{2}\cdot\cos 30^\circ=5\sqrt{3}\text{cm}$	**1p**
	b) $AMPQ$ este paralelogram și $AP \perp MQ$, deci $AMPQ$ este romb	**1p**
	$AN=\dfrac{AM}{2}=\dfrac{BC}{4}=5\text{cm}$	**1p**
	$\mathcal{A}_{AMPQ}=\dfrac{AP\cdot MQ}{2}=\dfrac{2AN\cdot 2MN}{2}=50\sqrt{3}\text{cm}^2$	**1p**
6.	**a)** $V=\dfrac{1}{3}\mathcal{A}_{ABCD}\cdot VO=\dfrac{1}{3}\cdot AB^2\cdot VO=$	**1p**
	$=\dfrac{256\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$	**1p**
	b) Construim, prin V, dreapta d, $d \parallel AD \parallel BC$, de unde $(VAD)\cap(VBC)=d$	**1p**
	$VS \perp AD$, unde $S \in AD$, $VR \perp BC$, unde $R \in BC$, deci $VS \perp d$ și $VR \perp d$, de unde $\sphericalangle((VAD),(VBC))=\sphericalangle(VS,VR)$	**1p**
	$VR=VS=RS=8\text{cm}$, deci triunghiul VRS este echilateral, de unde $\sphericalangle SVR=60^\circ$, deci $\sphericalangle((VAD),(VBC))=60^\circ$	**1p**