

SIMULARE DE BACALAUREAT LA MATEMATICĂ

Mai 2021

- Se acordă 10 puncte din oficiu
- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Timp de lucru 3 ore.



SUBIECTUL I – (30 puncte)

1. Fie numărul complex  $z = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ . Demonstrați ca :  $z^2 = \bar{z}$ .
2. Se da funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x - 3m + 3$ . Determinați numărul real  $m$  astfel încât graficul funcției nu intersectează axa  $OX$
3. Rezolvați în  $\mathbf{R}$  ecuația :  $x + \frac{1}{|x+1|} = 1$
4. Rezolvați în  $[0, 2\pi]$  ecuația :  $\cos x = -\frac{1}{2}$
5. Fie punctele :  $O(0,0)$ ,  $A(2,1)$ ,  $B(-2,1)$ . Determinați cosinusul unghiului format de vectorii :  $\overrightarrow{OA}$  și  $\overrightarrow{OB}$
6. Fie triunghiul  $\Delta ABC$ ,  $AB = 3$ ,  $BC = 5$ ,  $CA = 7$ . Calculați raza cercului înscris  $\Delta ABC$ .

SUBIECTUL II – (30 puncte)

1. Se considera matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $x \in \mathbf{R}$

- a) Calculați  $\det(A(x))$
- b) Demonstrați :  $A(x) \cdot A(y) = A(x + y)$ ,  $(\forall)x, y \in \mathbf{R}$
- c) Calculați  $A^{-1}\left(\frac{\pi}{4}\right)$

2. Se considera mulțimea  $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ \hat{0} & c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbf{Z}_4 \right\}$

- a) Determinați numărul elementelor mulțimii  $G$ .
- b) Dați exemplu de  $A \in G$  astfel încât  $\det(A) \neq \hat{0}$  și  $\det(A^2) = \hat{0}$ .
- c) Determinați numărul soluțiilor ecuației :  $X^2 = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}$ ,  $X \in G$ .



### SUBIECTUL III – (30 puncte)

1. Se considera funcția  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{1-x \ln x}{x}$

a) Arătați că:  $f'(x) = \frac{-x-1}{x^2}, (\forall)x > 0$

b) Demonstrați că  $f$  este bijectivă.

c) Demonstrați că există un unic punct  $c \in (0, \infty)$  cu proprietatea că  $c \cdot \ln c = 1$

2. Se considera funcția  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = xe^{-x}$

a) Calculați  $\int_0^1 e^x f(x) dx$

b) Calculați  $\int_0^1 f(x) dx$

c) Demonstrați că:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \int_0^x f(t) dt = \frac{1}{2}$

SUCCES!

