

Examenul național de bacalaureat 2021  
Proba E. c)

Matematică  $M_{\text{mate-info}}$

Testul 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați modulul numărului complex  $z = (2 + 3i)(2 - 3i) - (9 - 3i)$ .
- 5p 2. Se consideră funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 2$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 5x + 20$ . Calculați  $(g \circ f)(2)$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $4^{x-5} = \frac{1}{16}$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 8.
- 5p 5. Se consideră paralelogramul  $ABCD$  cu  $AB = 4$ ,  $BC = 6$  și măsura unghiului  $ABC$  de  $120^\circ$ . Determinați modulul vectorului  $\overline{AM}$ , unde punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $BD$ .
- 5p 6. Se consideră triunghiul  $ABC$  cu  $AB = 12$ ,  $AC = 16$  și  $BC = 20$ . Arătați că  $\frac{r}{R} = \frac{2}{5}$ , unde  $r$  este raza cercului înscris în triunghiul  $ABC$  și  $R$  este raza cercului circumscris triunghiului  $ABC$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 2a-1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  și sistemul de ecuații  $\begin{cases} ax + y - 2z = 2 \\ 2x + y + 3z = 1 \\ (2a-1)x + 2y + z = a \end{cases}$ ,  
unde  $a$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(A(4)) = 5$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $a$  pentru care matricea  $A(a)$  **nu** este inversabilă.
- 5p c) Pentru  $a = 3$ , determinați soluțiile  $(x_0, y_0, z_0)$  ale sistemului de ecuații pentru care  $z_0^2 = x_0 + y_0$ .
2. Pe mulțimea  $G = (1, +\infty)$  se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = \sqrt{x^{\log_3 y}}$ .
- 5p a) Arătați că  $4 * 3 = 2$ .
- 5p b) Arătați că  $e = 9$  este elementul neutru al legii de compoziție „\*”.
- 5p c) Determinați  $x \in G$ , știind că este egal cu simetricul lui în raport cu legea de compoziție „\*”.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x^2 - 9)(x^2 - 4) + 3$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = 2x(2x^2 - 13)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{f(x)-3} = \frac{1}{30}$ .
- 5p c) Determinați valorile reale ale lui  $m$  pentru care ecuația  $f(x) = m$  are exact patru soluții reale.
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x \arctg x$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_1^2 \frac{f(x)}{\arctg x} dx = 3$ .

- 5p** | **b)** Determinați numărul real nenul  $a$  pentru care  $\int_0^{\sqrt{3}} f(x) dx = \frac{\pi}{a} - \sqrt{3}$ .
- 5p** | **c)** Demonstrați că  $\int_{-1}^1 x f(x) dx = 0$ .