

**Examenul național de bacalaureat 2021**  
**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{tehnologic}$**

**Testul 6**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p 1. Arătați că  $\frac{1}{\sqrt{5}-2} - \sqrt{5} = 2$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x^2 + 5x + 2$ . Determinați numărul real  $a$  pentru care  $f(a) = a$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3 \log_4(3x+1) = 6$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr  $x$  din mulțimea  $A = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ , numărul  $x^2$  să fie număr impar.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2, -1)$ ,  $B(4, 3)$  și  $C(a, b)$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere reale. Determinați numerele reale  $a$ ,  $b$ , știind că punctul  $A$  este mijlocul segmentului  $BC$ .
- 5p 6. Se consideră triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , cu  $AB = 9$  și  $AC = 12$ . Determinați lungimea înălțimii din  $A$  a triunghiului  $ABC$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p a) Arătați că  $\det A = 2$ .
- 5p b) Arătați că  $(A - 2I_2) \cdot (A - 4I_2) = 6I_2$ .
- 5p c) Determinați matricea  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  pentru care  $A \cdot X = 3A + 4X$ .
2. Pe mulțimea  $M = (0, +\infty)$  se definește legea de compoziție  $x * y = xy - \frac{12}{x+y} + \frac{3}{x} + \frac{3}{y}$ .
- 5p a) Arătați că  $1 * 3 = 4$ .
- 5p b) Arătați că  $x * x = x^2$ , pentru orice  $x \in M$ .
- 5p c) Determinați numărul natural nenul  $n$  pentru care  $(n * n) * (n * n) = 1$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2}{x^2 - 2x + 2}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{4(1-x)}{(x^2 - 2x + 2)^2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = 2$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $a$  pentru care  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = 0$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{x^2 + 1} + 1, & x \in (-\infty, 0] \\ e^x, & x \in (0, +\infty) \end{cases}$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_1^4 f(x) dx = e(e^3 - 1)$ .

**5p** b) Calculați  $\int_1^2 xf(x) dx$ .

**5p** c) Determinați numărul real  $a$ ,  $a > 0$ , știind că  $\int_{-a}^0 f(x) dx = a - \ln(a+1)$ .