



Universitatea Valahia Târgoviște
Facultatea de Științe și Arte
Departamentul de Științe
Bd. Unirii 18, 130082 Târgoviște
www.valahia.ro fs.valahia.ro

Societatea de Științe Matematice din
România
Filiala Dâmbovița
Bd. Regele Carol I 62
www.freewebs.com/ssm_dambovita



Concursul de Matematică CHINDIA

Ediția a IV-a, Târgoviște, 21 Martie 2009

CLASA A IX-A

Subiectul 1. Se consideră un triunghi ΔABC și punctele M, N, T astfel încât

$$\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}, \quad \overrightarrow{BT} + 2\overrightarrow{NT} = \vec{0},$$

unde $N \in AC$ și $\{T\} = AM \cap BN$. Demonstrați că $\overrightarrow{TA} + \overrightarrow{TB} + \overrightarrow{TC} = \vec{0}$.

Cristinel Mortici

Subiectul 2. Fie $x, y, z > 0$ astfel ca $x + y + z = 49$. Demonstrați că

$$3\sqrt{xyz} \leq \sqrt{x^2y} + \sqrt{y^2z} + \sqrt{z^2x} \leq 7\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Dinu Teodorescu

Subiectul 3. Determinați toate funcțiile $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ care satisfac simultan următoarele două proprietăți:

a) $f(0)$ dă restul 1 la împărțirea cu 2009

b) $f(n) + f(n+1) + f(f(n)) = 3n + 5$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$.

Cristinel Mortici

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 2 ore.



Universitatea Valahia Târgoviște
Facultatea de Științe și Arte
Departamentul de Științe
Bd. Unirii 18, 130082 Târgoviște
www.valahia.ro fs.valahia.ro

Societatea de Științe Matematice din
România
Filiala Dâmbovița
Bd. Regele Carol I 62
www.freewebs.com/ssm_dambovita



Concursul de Matematică CHINDIA

Ediția a IV-a, Târgoviște, 21 Martie 2009

CLASA A X-A

Subiectul 1. a) Aflați x și $[x]$, unde $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 2009$.

b) Rezolvați sistemul
$$\begin{cases} \log_2 x + \log_3 y = 2 \\ 1 + 3^x + 5^x = 2^y + 3^y \end{cases}$$

Cristinel Mortici

Subiectul 2. a) Rezolvați în numere complexe: $\left(\frac{z-i}{z+i}\right)^2 + \frac{z-i}{z+i} + 1 = 0$.

b) Demonstrați că $z^n + \bar{z}^n = 2 \cos \frac{n\pi}{4}$, unde $z = \frac{1+i \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}}{1-i \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}}$ și $n \in \mathbb{N}$.

Subiectul 3. Demonstrați că pentru orice $x, y, z \in [1, 8]$ au loc inegalitățile:

$$a) \log_2(4x) \cdot \log_2\left(\frac{2}{x}\right) \leq \log_2(2x) \cdot \log_2\left(\frac{4}{x}\right) \leq \frac{9}{4}$$

$$b) \sqrt{\log_2 x \cdot \log_2\left(\frac{8}{y}\right)} + \sqrt{\log_2 y \cdot \log_2\left(\frac{8}{z}\right)} + \sqrt{\log_2 z \cdot \log_2\left(\frac{8}{x}\right)} \leq \frac{9}{2}.$$

Dinu Teodorescu

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 2 ore.



Universitatea Valahia Târgoviște
Facultatea de Științe și Arte
Departamentul de Științe
Bd. Unirii 18, 130082 Târgoviște
www.valahia.ro fs.valahia.ro

Societatea de Științe Matematice din
România
Filiala Dâmbovița
Bd. Regele Carol I 62
www.freewebs.com/ssm_dambovita



Concursul de Matematică CHINDIA

Ediția a IV-a, Târgoviște, 21 Martie 2009

CLASA A XI-A

Subiectul 1. a) Calculați $I_2 + A + A^2 + \dots + A^{2009}$, unde $A = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{2} & -\sin \frac{\pi}{2} \\ \sin \frac{\pi}{2} & \cos \frac{\pi}{2} \end{pmatrix}$.

b) Determinați mulțimea

$$M = \left\{ B \in M_2(\mathbb{R}) \mid \begin{pmatrix} 2009 & 9002 \\ 2008 & 8002 \end{pmatrix} B - B \begin{pmatrix} 2009 & 9002 \\ 2008 & 8002 \end{pmatrix} = I_2 \right\}.$$

Cristinel Mortici și Dinu Teodorescu

Subiectul 2. a) Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2009\sqrt{n^{2009}+1}} + \frac{1}{2009\sqrt{n^{2009}+2}} + \dots + \frac{1}{2009\sqrt{n^{2009}+n}} \right)$.

b) Arătați că șirul $x_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$ este convergent, apoi calculați limita sa, folosind eventual faptul presupus cunoscut că

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{(2n-1)^2} \right) = \frac{\pi^2}{8}.$$

Cristinel Mortici și Dinu Teodorescu

Subiectul 3. Fie funcția $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, dată prin $f(x) = e^x - 1 - x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6}$.
Demonstrați că $f(0) = f'(0) = f''(0) = f'''(0)$ și deduceți că

$$e^x \geq 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}, \quad x \geq 0.$$

Cristinel Mortici și Dinu Teodorescu

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 2 ore.



Universitatea Valahia Târgoviște
Facultatea de Științe și Arte
Departamentul de Științe
Bd. Unirii 18, 130082 Târgoviște
www.valahia.ro fs.valahia.ro

Societatea de Științe Matematice din
România
Filiala Dâmbovița
Bd. Regele Carol I 62
www.freewebs.com/ssm_dambovita



Concursul de Matematică CHINDIA

Ediția a IV-a, Târgoviște, 21 Martie 2009

CLASA A XII-A

Subiectul 1. Fie $f_a: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_a(x) = \frac{1}{|x-a|+3}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

Demonstrați că f_a admite primitive și acestea sunt crescătoare, apoi calculați

$$I = \int_0^3 f_2(x) dx \quad \text{și} \quad \lambda = \lim_{a \rightarrow \infty} \int_0^3 f_a(x) dx.$$

Subiectul 2. Fie $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$, $g(x) = \int_{-x}^x f(t) \cos t dt$. Calculați:

$$J = \int_0^1 f(x) dx \quad \text{și} \quad \omega = g\left(\frac{\pi}{2}\right).$$

Subiectul 3. Fie $\varepsilon = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$ și $\mathbb{Q}(\varepsilon) = \{a + b\varepsilon \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$.

a) Arătați că $\varepsilon^2 \in \mathbb{Q}(\varepsilon)$.

b) Arătați că inversul oricărui element nenul din $\mathbb{Q}(\varepsilon)$ aparține mulțimii $\mathbb{Q}(\varepsilon)$.

c) Arătați că mulțimea $M = \{a^2 - ab + b^2 \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ este parte stabilă a lui \mathbb{Z} în raport cu înmulțirea.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 2 ore.

Concursul de Matematica CHINDIA

Editia a V-a, Targoviste, 21 Martie 2009

CLASA A IX-A

Nr. Crt.	Nume si prenume	Liceul	Punctaj
1	Stanciu Ștefan	Lic. I.L. Caragiale–Moreni	26
2	Irimescu Oana-Gabriela	C.N. Ien. Vacarescu- Târgoviște	14
3	Ștefu Arina	C.N.Nic. Titulescu–Pucioasa	13
4	Simionescu Alin	C.N.Nic. Titulescu–Pucioasa	12
5	Circiumaru Florina	Carabella - Târgoviște	11
6	Ogrezeanu Claudia	C.N. Ien. Vacarescu- Târgoviște	10
7	Ghinoiu Mihaela	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	9
8	Iliescu Mădalina	I.C. Vissarion-Titu	9
9	Ioniță Roxana	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	9
10	Opincă Teodora	C.N.Nic. Titulescu–Pucioasa	9
11	Rădoi Daniela	I.C. Vissarion-Titu	9
12	Tudor Gabriela	C.N. Ien. Vacarescu- Târgoviște	9
13	Ciuculete Cristina	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	8
14	Ilie Răzvan	C.N. Ien. Vacarescu- Târgoviște	8
15	Leotescu George	Carabella - Târgoviște	8
16	Milea Anda	C.N.Nic. Titulescu–Pucioasa	8
17	Opincă Andra	C.N.Nic. Titulescu–Pucioasa	8
18	Tănase Cezara	C.N.Nic. Titulescu–Pucioasa	8
19	Constantin Gabriela	I.C. Vissarion-Titu	7
20	Dinu Ștefan- Alexandru	C.N. Ien. Vacarescu- Târgoviște	7
21	Duca Lidia	C.N.Nic. Titulescu–Pucioasa	7
22	Mustățea Sebastian	C.N.Nic. Titulescu–Pucioasa	7
23	Onofrei Octavia	C.N. Ien. Vacarescu- Târgoviște	7

24	Matei Gabriela	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	6
25	Mihai Alexandru Andrei	Carabella - Târgoviște	6
26	Gheorghe M. Nuțica Ionela	Gr. Șc.Voivodul Mircea-Târgoviște	5
27	Dădacu I. George Marius	M. Viteazu –Visina	4
28	Grigore Georgeta Mihaela	Lic. Petru Cercel-Târgoviște	4
29	Mihălcioiu Nicoleta	C.N.Nic. Titulescu–Pucioasa	4
30	Miu Alin	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	4
31	Neacsu Roxana Georgiana	Lic. Petru Cercel-Târgoviște	4
32	Popescu Mihail	Gr.Sc. Ind. Petrol Moreni	4
33	Toma Oana	C.N.Nic. Titulescu–Pucioasa	4
34	Toma Silviu Ionuț	Gr.Sc. Ind. Petrol Moreni	4
35	Eremia Daniela	I.C. Vissarion-Titu	3
36	Gherasim Silviu	I.C. Vissarion-Titu	3
37	Manu I. George Alexandru	M. Viteazu –Visina	3
38	Minciună I. Ion Alexandru	Gr. Șc.Voivodul Mircea-Târgoviște	3
39	Radoi Silviu	I.C. Vissarion-Titu	3

Concursul de Matematica CHINDIA

Editia a V-a, Targoviste, 21 Martie 2009

CLASA A X-A

Nr. Crt.	NumePrenume	Liceul	Punctaj
1	Ionescu Vlad Nicolae	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	30
2	Anghel Claudia	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	29,5
3	Stroe Florentina	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	29
4	Toader Alexandru	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	28
5	Dragomir Maria	Lic.I. L. Caragiale–Moreni	27
6	Petre Cristina	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	27
7	Apostol Andreea	Lic.I. L. Caragiale–Moreni	24
8	Boștină Ioana	Lic.I. L. Caragiale–Moreni	23
9	Manu Ioana	Lic.I. L. Caragiale–Moreni	20
10	Dobre George Răzvan	C.N.Carabella-Târgoviște	19
11	Răcășanu Ramona	Lic.I. L. Caragiale–Moreni	18
12	Amuza Mădălina	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	17
13	Papuc Costin Georgian	C.N.Carabella-Târgoviște	17
14	Rada Andrei	Gr. Șc. Ind. Aurel Rainu-Fieni	17
15	Ghiță Valentin	C.N.Carabella-Târgoviște	16
16	Păun Liliana	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	16
17	Răducanu Cristina	Lic.I.C. Vissarion-Titu	16
18	Vârtej Andreea Cati	Lic.I.C. Vissarion-Titu	16
19	Rusu Răzvan	Gr. Șc. Ind. Aurel Rainu-Fieni	14
20	Nițu Ionuț	C.N.Nic. Titulescu–Pucioasa	13
21	Rădulescu Mihaela	Lic.I.C. Vissarion-Titu	13
22	Badea Cristiana	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	12

23	Cristea Andreea	Lic.I. L. Caragiale–Moreni	12
24	Mihai Gabriela	Lic.I.C. Vissarion-Titu	12
25	Nedelcu Adnana	C.N.Nic. Titulescu–Pucioasa	12
26	Nițescu Sorina	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	12
27	Pietrăreanu Camelia	C.N.Nic. Titulescu–Pucioasa	12
28	Preda Sorin	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	12
29	Rizoiu Mihai	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	12
30	Stănculescu Ana Maria	C.N.Nic. Titulescu–Pucioasa	11
31	Dordea Andreea	Lic.I.C. Vissarion-Titu	10
32	Drăghici Georgeta	Lic.I.C. Vissarion-Titu	10
33	Moțoc Ionuț	Lic.I. L. Caragiale–Moreni	10
34	Crețu Andreea	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	9
35	Sinescu Georgiana	Lic.I. L. Caragiale–Moreni	9
36	Oproiu Ana	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	7
37	Răducu Andrei	Lic.I. L. Caragiale–Moreni	7
38	Trandafir P. Carmen Maria	Lic. M. Viteazu- Vișina	7
39	Acasandrei Ștefan	Gr.Sc. Ind. Petrol Moreni	6
40	Florea Aurelia	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	6
41	Stan Madalina	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	6
42	Baciu Florin	Gr.Sc. Ind. Petrol Moreni	5
43	Dragnea G. Ruxandra Florina	Lic. M. Viteazu- Vișina	5
44	Ghiteșcu Andreea Monica	Lic.I.C. Vissarion-Titu	3

Concursul de Matematica CHINDIA

Editia a V-a, Targoviste, 21 Martie 2009

CLASA A XI-A

Nr. Crt.	NumePrenume	Liceul	Punctaj
1	Diță Ionuț	Lic.I. L. Caragiale–Moreni	21
2	Filip Vlad	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	20
3	Nicolau Adrian	C.N. Carabella– Târgoviște	19
4	Uță Răzvan	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	18
5	Eftimie Andra	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	16
6	Barbu Roxana	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	16
7	Vasilescu Dănuț	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	16
8	Ionescu Claudia	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	14
9	Stancu Iulia	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	14
10	Colan Lavinia	C.N. Ien. Văcărescu–Târgoviște	12
11	Croitoru Cristina	C.N. Ien. Văcărescu–Târgoviște	12
12	Buleandra Cătălina	Lic.I. L. Caragiale–Moreni	12
13	Toader Cosmin	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	12
14	Stanciu Anda	Lic.I. L. Caragiale–Moreni	10
15	Laiu Ioana	Gr. Șc. Aurel Rainu–Fieni	9
16	Drăgoi Antonia	C.N. Ien. Văcărescu–Târgoviște	8
17	Anghel Maria	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	8
18	Ilie S. Florin	Lic.M.Viteazu–Vișina	7
19	Ștefan Florin	Gr. Șc. C.Brâncoveanu– Târgoviște	6
20	Tronaru George	C.N.Vladimir Streinu-Găiești	6
21	Obăgilă A. Gabriela	Gr. Șc.Voivodul Mircea-Târgoviște	6
22	Rus Mihaela	Gr. Șc. C.Brâncoveanu– Târgoviște	5
23	Irimia Larisa Stefania		5
24	Mateescu Eusebiu	C.N.Nic. Titulescu–Pucioasa	4

25	Sighiartau Mihai	Gr. Șc. C.Brâncoveanu– Târgoviște	4
26	Oprea Ovidiu	Lic.I. L. Caragiale–Moreni	4
27	Bărboiu I. George Marian	Gr. Șc.Voivodul Mircea-Târgoviște	4
28	Bidireanu P. A Ionuț Ștefan	Gr. Șc.Voivodul Mircea-Târgoviște	4
29	Oancea A. Florina Andra	Gr. Șc.Voivodul Mircea-Târgoviște	4
30	Toboșaru I.V. Mihail	Gr. Șc.Voivodul Mircea-Târgoviște	4
31	Iordache Raluca	Lic. Petru Cercel-Târgoviște	4
32	Dobre Anca	Lic. Petru Cercel-Târgoviște	4
33	Joita Maria		4
34	Covrig A. Daniel Marius	Lic.M.Viteazu–Vișina	3
35	Homeghiu Mihaela	Gr. Șc. Aurel Rainu–Fieni	3
36	Stan P. Radu Cosmin	Gr. Șc.Voivodul Mircea-Târgoviște	3
37	Șerban L Liviu Alexandru	Gr. Șc.Voivodul Mircea-Târgoviște	3
38	Toboșaru I.V. Gabriel	Gr. Șc.Voivodul Mircea-Târgoviște	3
39	Vamă I. Elena Simona	Gr. Șc.Voivodul Mircea-Târgoviște	3
40	Florea Ioana Delia		3
41	Mierloiu Carmen Elena		3

Concursul de Matematica CHINDIA

Editia a V-a, Targoviste, 21 Martie 2009

CLASA A XII-A

Nr. Crt.	NumePrenume	Liceul	Punctaj
1	Mihaiu Albert	C.N. Carabella-Târgoviște	29
2	Muscalu George	C.N. Vladimir Streinu-Găiești	24
3	Ion Andreea Larisa	C.N. Vladimir Streinu-Găiești	24
4	Stanciu Ciprian	C.N. Vladimir Streinu-Găiești	23
5	Barbu Irina	C.N. Carabella-Târgoviște	22
6	Marin Anca	C.N. Ien. Văcărescu-Târgoviște	21
7	Ion Alexandra	Gr. Șc. Aurel Rainu-Fieni	20
8	Oprea Alexandra	C.N. Ien. Văcărescu-Târgoviște	18
9	Din I. Mariana	Lic.M. Viteazu- Vișina	9
10	Dinu Mirel	Gr. Șc. Industrial Petrol Moreni	9
11	Pălărie Andreea	Lic. Petru Cercel-Târgoviște	9
12	Sîrboiu Valentina Elena	Gr. Șc. Industrial Petrol Moreni	8
13	Ene George	Gr. Șc. Industrial Petrol Moreni	7
14	Nuță I. Ileana	Lic.M. Viteazu- Vișina	7
15	Țilică Cerasela	Lic. Petru Cercel-Târgoviște	7
16	Bitu Diana	Gr. Șc.Aurel Rainu-Fieni	6
17	Vlăsceanu Elena Gabriela	Gr. Șc. Industrial Petrol Moreni	5
18	Manea Alexandru	Gr. Șc. Industrial Petrol Moreni	4