

# OLIMPIADA PE SCOALA

CLASA 9

26.02.2021



## 1 PROBLEME

- Rezultatul calculului  $\{2x\} - \{x\} - \{x + \frac{1}{2}\}$  este :  
 (A) 0      (B) 2      (C)  $-\frac{1}{2}$       (D) 1
- Maximul expresiei  $\sqrt{a^2 + a} + \sqrt{b^2 + b} + \sqrt{c^2 + c}$  unde  $a, b, c \geq 0$  cu  $a + b + c = 3$ :  
 (A)  $3\sqrt{2}$       (B)  $\frac{3(\sqrt{2}-1)}{2\sqrt{2}}$       (C)  $\sqrt{2}$       (D) 2
- Rezultatul calculului  

$$\sum_{k=1}^n 2^{k-1} * \left[ \frac{k}{k+1} \right]$$
 (A)  $n + 1$       (B)  $n$       (C) 1      (D) 0
- Care dintre functiile urmatoare nu verifica ecuatia functionala  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x + y) = f(x) + f(y)$  :  
 (A)  $f(x) = x$       (B)  $f(x) = -x$       (C)  $f(x) = x + 1$       (D)  $f(x) = 3x$
- Fie  $P \in Int(ABC)$  echilateral de centru O si  $P_1, P_2, P_3$  proiectiile lui P pe laturi. Care este suma  $\overrightarrow{PP_1} + \overrightarrow{PP_2} + \overrightarrow{PP_3}$  ?  
 (A)  $\frac{3}{2}\overrightarrow{PO}$       (B)  $\frac{1}{2}\overrightarrow{PO}$       (C)  $\overrightarrow{PO}$       (D) 0
- Fie S dublul sumei diagonalelor unui patrulater convex si P perimetrul sau. Stabiliti care dintre afirmatii este adevarata:  
 (A)  $S < P$       (B)  $S \leq P$       (C)  $S = P$       (D)  $S > P$
- Stabiliti care din urmatoarele afirmatii este adevarata  
 (A) Exista o progresie aritmetica formata din numere naturale, nenule in care fiecare termen sa fie o putere de numar natural.  
 (B) Exista o progresie aritmetica formata din numere naturale, nenule in care fiecare termen sa nu fie o putere de numar natural .  
 (C) Orice progresie aritmetica are toate elementele puteri  
 (D) Orice progresie aritmetica are toate elementele care nu sunt puteri
- Cate functii monotone  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(f(x)) = -x, \forall x \in \mathbb{R}$  exista?  
 (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3
- Ecuatia  $x[\frac{1}{x}] + \frac{1}{x}[x] = 2$  are solutiile :  
 (A) 1      (B) -1      (C)  $\{1, -1\}$       (D)  $\emptyset$

10. Fie afirmatiile:
- Triunghiul ABC e dreptunghic in A
  - $|\vec{AB} + \vec{AC}| = |\vec{AB} - \vec{AC}|$ .
- Care dintre afirmatii este adevarata ?
- (A)  $a \iff b$     (B)  $a \not\Rightarrow b$     (C)  $b \not\Rightarrow a$   
 (D) a e falsa si b e adevarata
11. Minimul expresiei  $(a + \frac{1}{a})^2 + (b + \frac{1}{b})^2$  cu  $a, b > 0$   $a + b = 1$ , este :
- (A)  $\frac{1}{2}$     (B)  $\frac{3}{2}$     (C)  $\frac{5}{2}$     (D)  $\frac{25}{2}$
12. Fie  $a, b, c$  lungimile laturilor unui triunghi. Expresia  $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b}$  apartine intervalului:
- (A)  $[\frac{3}{2}, 2)$     (B)  $[2, 3)$     (C)  $[3, \frac{7}{2})$     (D)  $(\frac{7}{2}, \infty)$
13. Cate solutii are ecuatia in  $N^*$   
 $x^5 + y^7 = z^9$  ?
- (A) 0    (B)  $\infty$     (C) 2    (D) 2021
14. Fie  $\Omega$  si  $H, I, O$  centrul cercului Euler si respectiv ortocentrul , incentrul si centrul cercului circumscris triunghiului ABC scalen. Tripletul de puncte coliniare este:
- (A) A,  $\Omega$  si centrul cercului circumscris tr. ABC  
 (B) A,  $\Omega$  si centrul cercului circumscris tr. BHC  
 (C) A,  $\Omega$  si centrul cercului circumscris tr. BIC  
 (D) A,  $\Omega$  si centrul cercului circumscris tr. BOC
15. Triunghiul scalen ABC cu centrul de greutate G are  $l$  dreapta lui Euler. Fie  $M \in (ABC)$  si  $A_1, B_1, C_1$  simetricile lui M fata de mijloacele segmentelor BC, CA, AB. Daca  $G' \in l$  unde  $G'$  este centrul de greutate al lui  $A_1B_1C_1$  atunci care dintre urmatoarele afirmatii este adevarata:
- (A)  $\forall M \in (ABC) \implies G' = G$ .  
 (B)  $\forall M \in (ABC) \implies G' \in l$ .  
 (C)  $\forall M \in l \implies G' \in l$ .  
 (D)  $M \neq A \implies G' \in l$ .
16. Cate diagonale are un poligon convex cu n laturi ?
- (A)  $\frac{n(n+3)}{2}$     (B)  $\frac{n(n-3)}{2}$     (C)  $\frac{n(n-1)}{2}$     (D)  $\frac{n(n+1)}{2}$

17. Fie  $a_n$  o progresie aritmetica de numere naturale nenule. Notam  $\forall p \geq 1$   $S(p) = \sum_{i=1}^p a_i^2$ . Stabiliti care afirmatie este falsa:
- (A)  $S(p) \leq S(p+1), \forall p \geq 1$
  - (B)  $S(4)$  e numar prim
  - (C)  $S(p) \in \mathbb{Q}, \forall p \geq 1$
  - (D)  $S(1)$  e patrat perfect
18. Fie predicatul  $P(n) 9^n - 1 : 8, n \in \mathbb{N}$  precizati care dintre urmatoarele propozitii este falsa:
- (A)  $\exists n \in \mathbb{N}$  astfel incat  $P(n)$  este falsa
  - (B)  $\forall n \in \mathbb{N}$  astfel incat  $P(n)$  este adevarata
  - (C)  $\nexists n \in \mathbb{N}$  astfel incat  $P(n)$  este falsa
  - (D)  $\exists n \in \mathbb{N}$  astfel incat  $P(n)$  este adevarata
19. Masurile unghiurilor unui triunghi dreptunghic aflate in progresie aritmetica sunt:
- (A) 15, 75, 90
  - (B) 20, 30, 130
  - (C) 30, 60, 90
  - (D) 45, 45, 90
20. Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , astfel incat  $\forall x \in \mathbb{R} f(x+1) = f([x]) + 2$  si  $f(0) = 1$ . Stabiliti propozitia adevarata:
- (A)  $f(\sqrt{2}) = 6$
  - (B)  $f(\pi) = 7$
  - (C)  $f(\frac{\pi}{2}) = 20$
  - (D)  $f(1) = 0$