



Olimpiada Națională Gazeta Matematică
(ONGM) 2020-2021
Organizator local Upper.School

Etapa I
Clasa a-V-a

- Subiecte -

Lioara Ivanovici, Mihaela Berindeanu

§1 Subiecte**Problema 1**

Dacă $a + b = 15$, atunci $7a + 7b + 20$ are valoarea:

- a) 130 b) 135 c) 125 d) 115

Problema 2

Se consideră șirul de numere naturale

$$1, 3, 7, 13, 21, 31, 43, \dots$$

Care este termenul de pe locul 29?

- a) 644 b) 860 c) 849 d) 813

Problema 3

Restul împărțirii numărului natural $N = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 50 + 2021$ la 2021 este egal cu:

- a) 7 b) 0 c) 10 d) 1

Problema 4

Știind că prin împărțirea numărului 2021 la numărul $\overline{2a}$ obținem câtul $\overline{b0}$ și restul $\overline{2c}$, iar $\overline{2c}$ este triplul unui număr prim, atunci valoarea sumei $a + b + c$ este egală cu:

- a) 14 b) 12 c) 6 d) 9

Problema 5

Vreau să plantez tufe de trandafiri de o parte și de alta a unei alei de 20 m lungime, astfel încât pe fiecare parte a aleii distanța dintre oricare două tufe vecine să fie de 2 m . Care este numărul maxim de tufe de trandafiri pe care le pot planta?

- a) 10 b) 11 c) 19 d) 22

Problema 6

Determinați ultima cifră nenulă a numărului a , unde $a = 2^{102} \cdot 5^3 \cdot 3^{20}$.

- a) 5 b) 2 c) 6 d) 8

Problema 7

Dacă a este un număr natural par, iar b este un număr natural impar care dintre următoarele numere este impar?

- a) $a^2 + 2021ab$ b) $ab + b^2$ c) $2021ab + ab^2$ d) $2020b^2 + 2020a^2$

Problema 8

Un număr de cinci cifre are produsul cifrelor egal cu 5. Suma cifrelor sale este:

- a) 5 b) 6 c) 9 d) 8

Problema 9

Suma a trei numere este 1827. Dacă se micșorează primul număr cu 100, al doilea număr cu 200 și ultimul cu 300, rămân trei numere consecutive în această ordine, ordonate descrescător. Care este cel mai mic dintre numerele rămase?

- a) 408 b) 806 c) 101 d) 102

Problema 10

Rezultatul calculului $8^8 + 8^8$ este:

- a) 2^{25} b) 8^9 c) 8^{16} d) 4^9

Problema 11

Un palindrom este un număr care coincide cu răsturnatul său (de exemplu, 12721 este palindrom, dar 12712 nu este palindrom). Notăm cu N cel mai mic număr de trei cifre care este suma a trei palindroame distincte de câte două cifre. Care este suma cifrelor lui N ?

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5

Problema 12

Într-o săptămână cățelușa Heidi a ronțăit 35 de oase. Știind că hrana zilnică este ori de 9 oase, ori de 4 oase și o conservă, ori de 2 conserve, aflați câte conserve a avut Heidi în meniu în această săptămână.

- a) 4 b) 5 c) 6 d) 7

Problema 13

Fie $N = 1 + 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + \overline{aaa}$. Aflați valoarea lui a pentru care ultima cifră a numărului N este 5.

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

Problema 14

Consider numărul format prin alăturarea primelor 50 de numere naturale, $A = 1234567891011 \cdots 4950$. Câte cifre de 2 conține numărul A ?

- a) 11 b) 12 c) 14 d) 15

Problema 15

Pinocchio se străduiește să renunțe la minciuni. Deocamdată el spune adevărul doar joi și sâmbătă, în restul săptămânii păstrând urâtul obicei al minciunii. Știind că Pinocchio a spus astăzi "Alaltăieri am mințit, dar mâine voi spune adevărul!", află ce zi este azi.

- a) Marți sau Duminică b) Luni
c) Joi d) Vineri

Problema 16

Elefantul Cici oferă bomboane prietenilor de ziua lui. Știind că în cutie sunt 50 de bomboane, că fiecare prieten va primi cel puțin o bomboană și că numărul de bomboane primite nu se repetă, află numărul maxim de prieteni pentru care ajung bomboanele.

- a) 9 b) 10 c) 7 d) 16

Problema 17

Care este suma cifrelor numărului \overline{abc} care verifică relația $\overline{1abc} + \overline{abc} = 2110$?

- a) 16 b) 15 c) 10 d) 9

Problema 18

Cu ajutorul numerelor naturale nenule m și n , $m > n$ formăm numerele $a = 11m$, $b = 5m + 6n$, $c = 11n$. Care dintre următoarele afirmații este cea adevărată?

- a) $a = b > c$ b) $a < b = c$ c) $c < a < b$ d) $a > b > c$.

Problema 19

Care este valoarea unei pătrimi din 8^{2018} ?

- a) 2^{3036} b) 2^{4026} c) 4^{4014} d) 2^{6052}

Problemele 20 - 24 au în comun următorul enunț:

Spunem despre un număr natural de cel mult patru cifre că este *special* dacă cifrele sale sunt pare.

Problema 20

Cel mai mic număr *special* de două cifre este:

- a) 2 b) 10 c) 20 d) 22

Problema 21

Cel mai mic număr *special* este:

- a) 2 b) 4 c) 20 d) 0

Problema 22

Cel mai mare număr *special* este:

- a) 9888 b) 8642 c) 9876 d) 8888

Problema 23

Suma numerelor *speciale* de cel mult două cifre care sunt și pătrate perfecte este:

- a) 68 b) 100 c) 64 d) 104

Problema 24

Numărul numerelor *speciale* de patru cifre este egal cu:

- a) 900 b) 120 c) 625 d) 500



Olimpiada Națională Gazeta Matematică
(ONGM) 2020-2021
Organizator local Upper.School

Etapa I
Clasa a-V-a

- Soluții -

Lioara Ivanovici, Mihaela Berindeanu

§1 Soluții**Problema 1**

Dacă $a + b = 15$, atunci $7a + 7b + 20$ are valoarea:

- a) 130 b) 135 c) 125 d) 115

Răspuns corect: c) 1p

Problema 2

Se consideră șirul de numere naturale

1, 3, 7, 13, 21, 31, 43,

Care este termenul de pe locul 29?

- a) 644 b) 860 c) 849 d) 813

Răspuns corect: d) 1p

Problema 3

Restul împărțirii numărului natural $N = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 50 + 2021$ la 2021 este egal cu:

- a) 7 b) 0 c) 10 d) 1

Răspuns corect: b) 1p

Problema 4

Știind că prin împărțirea numărului 2021 la numărul $\overline{2a}$ obținem câtul $\overline{b0}$ și restul $\overline{2c}$, iar $\overline{2c}$ este triplul unui număr prim, atunci valoarea sumei $a + b + c$ este egală cu:

- a) 14 b) 12 c) 6 d) 9

Răspuns corect: a) 1p

Problema 5

Vreau să plantez tufe de trandafiri de o parte și de alta a unei alei de 20 m lungime, astfel încât pe fiecare parte a aleii distanța dintre oricare două tufe vecine să fie de 2 m . Care este numărul maxim de tufe de trandafiri pe care le pot planta?

- a) 10 b) 11 c) 19 d) 22

Răspuns corect: d) 1p

Problema 6

Determinați ultima cifră nenulă a numărului a , unde $a = 2^{102} \cdot 5^3 \cdot 3^{20}$.

- a) 5 b) 2 c) 6 d) 8

Răspuns corect: d) 1p

Problema 7

Dacă a este un număr natural par, iar b este un număr natural impar care dintre următoarele numere este impar?

- a) $a^2 + 2021ab$ b) $ab + b^2$ c) $2021ab + ab^2$ d) $2020b^2 + 2020a^2$

Răspuns corect: b) 1p

Problema 8

Un număr de cinci cifre are produsul cifrelor egal cu 5. Suma cifrelor sale este:

- a) 5 b) 6 c) 9 d) 8

Răspuns corect: c) 1p

Problema 9

Suma a trei numere este 1827. Dacă se micșorează primul număr cu 100, al doilea număr cu 200 și ultimul cu 300, rămân trei numere consecutive în această ordine, ordonate descrescător. Care este cel mai mic dintre numerele rămase?

- a) 408 b) 806 c) 101 d) 102

Răspuns corect: a) 1p

Problema 10

Rezultatul calculului $8^8 + 8^8$ este:

- a) 2^{25} b) 8^9 c) 8^{16} d) 4^9

Răspuns corect: a) 1p

Problema 11

Un palindrom este un număr care coincide cu răsturnatul său (de exemplu, 12721 este palindrom, dar 12712 nu este palindrom). Notăm cu N cel mai mic număr de trei cifre care este suma a trei palindroame distincte de câte două cifre. Care este suma cifrelor lui N ?

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5

Răspuns corect: a) 1p

Problema 12

Într-o săptămână cățelușa Heidi a ronțăit 35 de oase. Știind că hrana zilnică este ori de 9 oase, ori de 4 oase și o conservă, ori de 2 conserve, aflați câte conserve a avut Heidi în meniu în această săptămână.

- a) 4 b) 5 c) 6 d) 7

Răspuns corect: c) 1p

Problema 13

Fie $N = 1 + 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + \overline{aaa}$. Aflați valoarea lui a pentru care ultima cifră a numărului N este 5.

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

Răspuns corect: d) 1p

Problema 14

Consider numărul format prin alăturarea primelor 50 de numere naturale, $A = 1234567891011 \cdots 4950$. Câte cifre de 2 conține numărul A ?

- a) 11 b) 12 c) 14 d) 15

Răspuns corect: d) 1p

Problema 15

Pinocchio se străduiește să renunțe la minciuni. Deocamdată el spune adevărul doar joi și sâmbătă, în restul săptămânii păstrând urâtul obicei al minciunii. Știind că Pinocchio a spus astăzi "Alaltăieri am mințit, dar mâine voi spune adevărul!", află ce zi este azi.

- a) Marți sau Duminică b) Luni
c) Joi d) Vineri

Răspuns corect: b) 1p

Problema 16

Elefantul Cici oferă bomboane prietenilor de ziua lui. Știind că în cutie sunt 50 de bomboane, că fiecare prieten va primi cel puțin o bomboană și că numărul de bomboane primite nu se repetă, află numărul maxim de prieteni pentru care ajung bomboanele.

- a) 9 b) 10 c) 7 d) 16

Răspuns corect: a) 1p

Problema 17

Care este suma cifrelor numărului \overline{abc} care verifică relația $\overline{1abc} + \overline{abc} = 2110$?

- a) 16 b) 15 c) 10 d) 9

Răspuns corect: b) 1p

Problema 18

Cu ajutorul numerelor naturale nenule m și n , $m > n$ formăm numerele $a = 11m$, $b = 5m + 6n$, $c = 11n$. Care dintre următoarele afirmații este cea adevărată?

- a) $a = b > c$ b) $a < b = c$ c) $c < a < b$ d) $a > b > c$.

Răspuns corect: d) 1p

Problema 19

Care este valoarea unei pătrimi din 8^{2018} ?

- a) 2^{3036} b) 2^{4026} c) 4^{4014} d) 2^{6052}

Răspuns corect: d) 1p

Problemele 20 - 24 au în comun următorul enunț:

Spunem despre un număr natural de cel mult patru cifre că este *special* dacă cifrele sale sunt pare.

Problema 20

Cel mai mic număr *special* de două cifre este:

- a) 2 b) 10 c) 20 d) 22

Răspuns corect: c) 1p

Problema 21

Cel mai mic număr *special* este:

- a) 2 b) 4 c) 20 d) 0

Răspuns corect: d) 1p

Problema 22

Cel mai mare număr *special* este:

- a) 9888 b) 8642 c) 9876 d) 8888

Răspuns corect: d) 1p

Problema 23

Suma numerelor *speciale* de cel mult două cifre care sunt și pătrate perfecte este:

a) 68

b) 100

c) 64

d) 104

Răspuns corect: a) 1p

Problema 24

Numărul numerelor *speciale* de patru cifre este egal cu:

a) 900

b) 120

c) 625

d) 500

Răspuns corect: d) 1p